

MaxDEA Pro 使用手冊

5.2 版本

軟體設計 手冊英文撰寫

成 剛 北京大學

錢振華 北京科技大學

手冊翻譯（以姓名拼音為序）

胡曉添 南京大學

龍興樂 忠南國立大學（韓國）

徐 敏 石河子大學

鐘柳平 延邊大學

統稿 徐 敏 審校 成 剛

2011 年 6 月

軟體主頁：<http://www.MaxDEA.cn>

電子郵箱：MaxDEA@qq.com

目錄

第一章: MaxDEA 的主要特点	1
1.1 主要特点.....	1
1.2 MaxDEA 中的模型	1
1.3 軟體更新.....	3
1.4 MaxDEA 各版本比较.....	8
第二章: 系统要求	9
第三章: 使用指南	10
3.1 数据导入.....	10
3.1.1 数据格式.....	10
3.1.2 DMU Name.....	11
3.1.3 面板数据.....	11
3.1.4 群組数据.....	13
3.2 数据定义.....	14
3.3 设置和运行模型.....	15
3.3.1 包络模型.....	15
3.3.1.1 模型设置.....	15
3.3.1.1.1 基礎選項.....	16
距離函數.....	16
導向.....	20
規模收益 (RTS).....	24
3.3.1.1.2 擴展選項.....	26

超效率(Super-efficiency)	26
Malmquist 模型	27
成本 Malmquist 模型	28
收益 Malmquist 模型	29
利潤 Malmquist 模型	29
收益成本比 Malmquist 模型	29
視窗模型 (Window)	29
不可控投入 (產出) 模型 (Nondiscretionary Inputs/outputs)	29
特定測量模型 (Measure specific)	29
不可控投入 (產出) 模型	29
边界投入 (产出) 模型 (Bounded Inputs/outputs)	30
非期望產出模型 (Undesirable Outputs)	31
好產出與壞產出不可分離的模型	32
弱可處置性模型 (Weak Disposability)	33
偏好 (加權) 模型 (Preference, weighted)	33
成本, 收益, 利潤與收益/成本比模型	34
可變參比決策模型	34
自訂參比	34
網路 DEA 模型	35
动态 DEA 模型	38
群组模型	40
3.3.1.2 分析結果	43

3.3.1.2.1 一般结果.....	44
3.3.1.2.2 Malmquist 模型的分析结果	46
3.3.1.2.3 网络 DEA 与动态 DEA 模型的结果	51
3.3.1.2.3 对偶价格（影子價格）与敏感性分析.....	51
3.3.1.3 选项.....	51
線性规划求解的精度.....	52
保留小数位数.....	52
採用兩阶段方法計算松驰变量.....	52
无最优解.....	53
输出线性规划方程.....	53
设置求解时间限制.....	53
3.3.2 乘数模型.....	54
3.3.2.1 模型選項.....	54
3.3.2.1.1 基礎選項.....	54
3.3.2.1.2 擴展選項.....	55
3.3.2.2 分析结果.....	58
3.3.2.3 其他选项.....	59
採用两阶段方法计算權重.....	59
ε 值	59
设置求解时间限制.....	59
3.4 导出分析结果.....	59
匯出結果至 Excel	59
將所有分析結果複製到剪貼板中.....	59
复制部分分析结果到剪贴板中.....	60

第四章 軟體註冊	61
第五章 常見問題	63
第六章：參考文獻	66

第一章: MaxDEA 的主要特点

1.1 主要特点

MaxDEA 是使用簡便但功能強大的資料包絡分析軟體：

- ✧ 包含了各種 DEA 模型及其所有可能的組合（組合數量超過了 3 萬個）。
- ✧ 對決策單元（DMU）和投入產出指標的數量沒有限制。
- ✧ 可以匯出 DEA 的線性規劃方程，包括 3 種格式：矩陣形式(*.txt)，lp 格式 (*.lp) 和 mps 格式 (*.mps)，其中 mps 格式是大部分規劃軟體（例如 Lingo）支援的格式，可以直接打開、編輯、求解。
- ✧ 專業版有兩種註冊方式：單機註冊和 U 盤註冊。採用 U 盤註冊可以在任何電腦上使用 MaxDEA（詳見第四章 軟體註冊）。
- ✧ 軟體永久免費升級。
- ✧ 使用簡便。MaxDEA 無需安裝，介面友好。
 - MaxDEA 是一款綠色軟體，無需安裝（詳見第二章 系統要求）。
 - 軟體和模型備份非常簡單。軟體程式和 DEA 模型的所有相關資料均被整合在一個 Access 檔中（.mdb 檔，這是軟體運行所需要的唯一檔），並且是永久保存，關閉和重新打開檔都不會使之發生變化，也就是說只要備份 MaxDEA.mdb 檔就等於備份了程式和建立的 DEA 模型。
 - MaxDEA 使用標準的資料格式，無需通過特殊的欄位命名或資料排列來指定哪是投入和產出指標。
 - 可以同時運行多個模型。因為 MaxDEA.mdb 是程式運行所需的唯一檔，可以隨意重新命名或複製這個檔，並可以同時打開和運行多個這樣的檔，例如 MaxDEA-CCR.mdb，MaxDEA-BCC.mdb，每個檔代表一個 DEA 模型。

1.2 MaxDEA 中的模型

MaxDEA 包含各類 DEA 模型及其所有可能的組合。

- 1) 徑向、非徑向(SBM)和混合(徑向和非徑向的混合)模型
- 2) 超效率模型(Super-efficiency)

- 3) Malmquist 模型(三種參比類型: 相鄰, 固定和全域)
- 4) 視窗模型 (Window)
- 5) 方向距離函數模型(Directional distance function)
- 6) 群組模型(Cluster)
- 7) 投入 (產出) 不可控模型(Nondiscretionary / Non-controllable /

Measure-specific)

- 8) 設置投入 (產出) 邊界模型(Bounded)
- 9) 非期望產出模型 (Undesirable outputs)
- 10) 投入 (產出) 偏好 (權重) 模型 (Preference or weighted)
- 11) 投入產出弱處置模型(Weak disposability)
- 12) FDH 模型
- 13) 權重約束模型(Restricted multiplier, Assurance region, 權衡各投入產出的相對重要程度)
- 14) 自訂參比模型 (包括非固定參比模型、固定參比模型和效率值最小化模型)
- 15) 在乘數模型中, “兩階段”法用於計算投入 (產出) 權重。這在交叉效率的計算中更加有用, 因為乘數模型中通常存在多個最優解。
- 16) 交叉效率模型 (Cross efficiency)
- 17) 網路 DEA 模型(Network DEA), 你可以用 MaxDEA 設計和分析網路 DEA 模型及其與其他包絡模型的組合模型)
- 18) 動態模型 (Dynamic model)
- 19) 上述模型的所有可能的組合
(詳見 [3.3.1.1](#), [3.3.2.1](#))

MaxDEA 提供了被評價 DMU 的很多有用資訊, 包括

- 1) 技術效率及其構成

- 2) 規模效率
 - 3) 超效率
 - 4) 成本效率
 - 5) 收益效率
 - 6) 利潤效率
 - 7) 收益/成本比效率
 - 8) 投入和產出的改進目標值
 - 9) 規模收益狀況
 - 10) 某個 DMU 被其他 DMU 參比的次數
 - 11) Malmquist 生產率指數
 - 12) 效率變化
 - 13) 技術變化
 - 14) 交叉效率
 - 15) 配置效率=成本(或收益、利潤) 效率/技術效率
 - 16) 對偶解及敏感性分析。
- (詳見 [3.3.1.2](#) and [3.3.2.2](#))

1.3 軟體更新

MaxDEA 5.2 新增內容

- ✧ Malmquist模型中生產率變化的計算方法有兩種可選：傳統的乘除法計算的是生產率的相對變化；而新增加的加減法計算的是生產率變化的絕對值。

MaxDEA 5.1 新增內容

- ✧ 支持含有負值的投入和產出指標。

5.0 版本新增內容

- ✧ 完全支援方向距離函數模型。MaxDEA 5.0 提供了計算[方向距離函數模型](#)效率值的統一方法。方向距離函數模型是對徑向模型的推廣。
- ✧ [Malmquist 模型](#)的三種參比類型：相鄰、固定和全域。Malmquist 指數的兩種新的參比類型（固定和全域）都是可環比累乘的。另外，全域 Malmquist 模型不會出現無解的問題。
- ✧ 對偶解和敏感性分析，包括包絡模型的[對偶價格\(影子價格\)及其敏感性分析](#)，乘數模型的參比 DMU 的係數（lambda）和投影值，以及[目標函數的敏感性分析](#)。
- ✧ 介面更為友好。[成本/收益/利潤](#)和 [FDH](#) 模型從擴展模型移到了基礎模型。基礎模型的組合數數量超過了 200 個。

4.4 版本新增內容

- ✧ MaxDEA 使用由 Maniadakis 和 Thanassoulis 提出的方法來計算[成本 Malmquist 模型](#)，並用同樣的方法來計算[收益，利潤和收益成本比 Malmquist 指數](#)。
- ✧ 選項“ $\alpha = \beta$ ”被添加到徑向投入產出雙向（non-oriented）模型中。

4.3 版本新增內容

- ✧ [規模效率值](#)從其他值中分離出來。為了避免對 Malmquist 模型中規模效率值和規模效應的誤解，規模效率值被單獨列出來。規模效率值的呈現由“結果”選項移到了“基礎模型”的“RTS”選項（RTS 的最後一項）。

- ✧ [Malmquist 模型](#)中的[規模效應](#)被分解成了兩部分：一部分是規模效應對效率變化的影響，另一部分是規模效應對技術變化的影響。

4.2 版本新增內容

- ✧ [在非期望產出模型](#)中增加了好產出和壞產出不可分離情況的選項。
- ✧ [非期望產出模型](#)可以和弱可處置性模型組合。
- ✧ [不可控](#)和[邊界](#)模型可以和和弱可處置性模型組合。

4.1 版本新增內容

- ✧ [U 盤註冊](#)。這種註冊方法將 U 盤作為金鑰。註冊者可以在插入該 U 盤後的任何電腦中使用 MaxDEA。這種註冊方法具有極大的靈活性。
- ✧ 增加了兩種新的 [線性規劃方程格式](#): 一種是 mps 格式，這是一種大多數規劃軟體都支援的格式；另外一種是 lp 格式，這種格式類似數學方程，可讀性強。
- ✧ 在匯出的線性規劃方程中對變數（列）和約束（行）根據它們的含義進行命名。
- ✧ 當輸出結果的列數超過 255 列時（MS Access 最多支持 255 列），結果將以逗號分隔的文字檔（*.csv）格式輸出，而超過 255 列的 csv 檔能被文字編輯器、統計軟體或者 Excel2007 或更高版本的 Excel 打開。
- ✧ 漏洞修復或功能改進的模型: 1) 超效率收益/利潤/收益成本比模型； 2) 包含不可控或者邊界投入（產出，中間值）的成本/收益/利潤/收益成本比網路 DEA 模型； 和 3) 規模收益可變的超效率網路 DEA 模型。

4.0 版本新增內容

- ✧ 模型的方向從 3 種擴展到 8 種。

- ✧ [DEA 模型的線性規劃方程](#) 可以被匯出到文字檔。(詳見 *MaxDEA 線性規劃手冊*)
- ✧ 增加 [動態模型](#)(Dynamic)。
- ✧ 使用介面得到改善。

3.2 版本新增內容

- ✧ [不可控](#) 和 [邊界](#) 選項可以被用在網路 DEA 模型的間接投入（產出）（中間值）中。
- ✧ 在成本/收益/利潤/收益成本比模型中，不可控和邊界投入（產出）的價格是可選的。
- ✧ “利潤比”模型被重新命名為“[收益/成本比](#)”模型。

3.1 版本新增內容

- ✧ [群組模型](#) 被重新設置如下：群內參比模型，群間交叉參比模型，群間向下參比模型和群間向上參比模型。
- ✧ 解決了徑向距離和混合距離網路 DEA 模型中的漏洞。

3.0 版本新增內容

- ✧ 運行程式所需唯一的檔是 MaxDEA.mdb，這使得運行和備份 DEA 模型都更加方便。
- ✧ 使用介面得到改善。
- ✧ 增加了[群組模型](#)。群組模型用於當 DMU 根據某種特徵分為多個類別（或群組）時，包括四類群組模型：群內參比模型，群間交叉參比模型，群間向下參比模型和群間向上參比模型。
- ✧ 增加了[視窗模型](#)。支援平衡和非平衡面板資料。

早期版本更新內容

- ✧ MaxDEA 2.7 增加 [交叉效率](#) 模型。
- ✧ MaxDEA 2.6 增加"[兩階段](#)" 方法用於乘數模型中投入（產出）權重的計算。
- ✧ MaxDEA 2.5 增加[網路 DEA](#) 。
- ✧ MaxDEA 2.4 增加 [自訂參比模型](#) (包括 [非固定參比](#) 和 [固定參比](#))。
- ✧ MaxDEA 2.3 增加處理[非期望產出](#)的[方向距離函數](#)模型。
- ✧ MaxDEA 2.2 增加 乘數形式的 [Malmquist](#) 模型。
- ✧ MaxDEA 2.0 增加 [成本，收益，利潤和收益/成本比模型](#)和[非期望產出模型](#)。
- ✧ MyDEA 1.0 (從 2.0 開始改名為 MaxDEA)
 - [距離](#): 徑向， 非徑向(SBM)和混合；
 - [方向](#)：投入，產出和雙向（non-oriented）；
 - 規模收益: 不變、可變、非增、非減和一般化；
 - [FDH 模型](#)；
 - [超效率](#)；
 - 投入（產出）[不可控模型](#)；
 - [投入（產出）邊界模型](#)；
 - 偏好（加權）[SBM 模型](#)；
 - [Malmquist 模型](#).

1.4 MaxDEA 各版本比较

MaxDEA Basic 是功能強大的免費 DEA 軟體，MaxDEA Pro 是功能更加強大的專業 DEA 軟體。

功能		MaxDEA Basic	MaxDEA Pro
DMU 數量		不限	不限
基礎模型	所有基礎選項及其組合，包括	✓	✓
	徑向 (CCR 和 BCC 模型)	✓	✓
	非徑向(SBM)	✓	✓
	方向距離函數	✓	✓
	FDH	✓	✓
	CRS， VRS， NIRS， NDRS， GRS	✓	✓
	成本、收益和利潤模型	✓	✓
	投入導向、產出導向和雙向	✓	✓
擴展模型	所有擴展選項及其組合，包括		✓
	Malmquist		✓
	窗口		✓
	動態(Dynamic)		✓
	群組和自訂參比		✓
	網路 DEA		✓
	超效率		✓
	投入產出不可控		✓
	投入產出邊界		✓
	非期望產出		✓
	弱可處置性		✓
	偏好（加權）		✓
	權重約束		✓
	交叉效率		✓
匯出規劃方程			✓
模型組合數量		超過 200	超過 3 萬

第二章：系统要求

MaxDEA 可以在任何語言環境下的各版本 **windows** 系統運行，包括：

Windows 2000

Windows XP

Windows 2003

Windows Vista

Windows 7

MaxDEA 是採用 Access VBA 開發，運行 **MaxDEA** 需要電腦上安裝 Microsoft **Access**。

如果檔 **MaxDEA.mdb** 無法打開，說明電腦中沒有安裝 Microsoft Office Access，需要先安裝 Access 2003，2007，or 2010 (專業版或執行階段版本均可)。

Access 2010 Runtime can be downloaded **free** at Microsoft website:

<http://www.microsoft.com/en-us/download/details.aspx?id=10910>

Access 2007 Runtime can be downloaded **free** at Microsoft website:

<http://www.microsoft.com/en-us/download/details.aspx?id=4438>

第三章：使用指南

MaxDEA 使用非常簡單，有如下幾個步驟：

1)資料導入 2) 資料定義 3) 設置和運行模型。

(注意：可以跳過與你的 DEA 模型無關的內容)

3.1 数据导入

菜單：檔 – 從檔導入資料

3.1.1 数据格式

建立 DEA 模型的第一步是資料導入。支持的資料類型包括：Excel，Access，dBase 和逗號分隔的文字檔。採用標準的資料格式，對欄位名和欄位排序順序沒有特殊要求。投入（產出）指標的欄位名稱可以自由定義。

以最常用的 Excel 格式為例：

表 3-1 資料格式示例

DMU	Input1	Input2	Output1	Output2	OTHERS
A	4323	875	93608	187196	20
B	2295	469	225559	451099	10
C	6379	1286	327068	654116	20
D	6644	1339	201354	402688	30
E	1436	297	188926	377833	28
F	6281	1266	413738	827456	40
G	7459	1502	114022	228024	22

Excel 工作表的第一行是欄位（列）名稱，欄位名稱的左側不能包含空格。例如，列名稱“ Input1”會產生錯誤。但是，列名稱的中間和右邊可以包含空格，如“Input1 ” and “Input 1”，雖然允許，但應儘量避免這樣命名欄位。

注意：如果資料是從 Excel 中導入的，請確認資料中不包含空格，例如“1. 23”或

者“1 .23”，這會導致資料類型錯誤。這種情況通常發生於從 PDF 檔中複製資料。

3.1.2 DMU Name

DMU Name 用來指定各個 DMU 的名稱，DMU 的名稱不能重複。DMU Name 可以是字母（支援中文），也可以是數位或字母數位組合。MaxDEA 的分析結果是按照 DMU 的名稱排序的（與原始資料的順序無關），所以如果希望分析結果按照原來的順序排列，需要將 DMU 的名稱按照類似 DUM_01，DMU_02，DUM_03，.....的方式來命名。

3.1.3 面板数据

對於面板資料，需要包含一列資料來表示資料的時間。資料可以按照 DMU 的名稱或者時間排序，但這不是必須的。DMU Name 在每個時期內部不能重複出現。

面板資料可以按照時間排序：

表 3-2(A) 面板數據示例

Period	DMU	Input1	Input2	Output1	Output2
1	A	4323	875	93608	187196
1	B	2295	469	225559	451099
1	C	6379	1286	327068	654116
2	A	6644	1339	201354	402688
2	B	1436	297	188926	377833
2	C	6281	1266	413738	827456
3	A	7459	1502	114022	228024
3	B	4464	903	212444	424867
3	C	4524	915	462677	925334

或者按照 DMU 名稱排序

表 3-2(B) 面板數據示例

Period	DMU	Input1	Input2	Output1	Output2
1	A	4323	875	93608	187196
2	A	6644	1339	201354	402688
3	A	7459	1502	114022	228024

1	B	2295	469	225559	451099
2	B	1436	297	188926	377833
3	B	4464	903	212444	424867
1	C	6379	1286	327068	654116
2	C	6281	1266	413738	827456
3	C	4524	915	462677	925334

或者不排序

表 3-2(C) 面板數據示例

Period	DMU	Input1	Input2	Output1	Output2
1	A	4323	875	93608	187196
2	B	1436	297	188926	377833
1	B	2295	469	225559	451099
3	A	7459	1502	114022	228024
3	B	4464	903	212444	424867
1	C	6379	1286	327068	654116
2	A	6644	1339	201354	402688
2	C	6281	1266	413738	827456
3	C	4524	915	462677	925334

時期定義必須是整數，例如

1， 2， 3.....

2001， 2002， 2003.....

但是可以不連續，下面這種時間序列也是允許的:

1， 2， 5， 8.....

2001， 2005， 2009.....

200101， 200102， 200302.....

3.1.4 群組数据

對於群組資料，必須包含一列區分群組的資料。每一個 DMU 必須屬於且只屬於一個群組。

下面是群組模型資料的例子：

表 3-3(A) 群數據例

DMU	Cluster	Input1	Input2	Output1	Output2
A	1	4323	875	93608	187196
B	1	2295	469	225559	451099
C	1	6379	1286	327068	654116
D	1	6644	1339	201354	402688
E	1	1436	297	188926	377833
F	1	6281	1266	413738	827456
G	2	7459	1502	114022	228024
H	2	4464	903	212444	424867
I	2	4524	915	462677	925334

群組資料可以是非平衡資料。每個群中的 DMU 的數目可以是不同的。

表 3-3(B) 分群面板數據例子

Period	DMU	Cluster	Input1	Input2	Output1	Output2
1	A	1	4323	875	93608	187196
1	B	1	6644	1339	201354	402688
1	C	1	7459	1502	114022	228024
1	D	1	2295	469	225559	451099
1	E	1	1436	297	188926	377833
1	F	1	4464	903	212444	424867
1	G	2	6379	1286	327068	654116
1	H	2	6281	1266	413738	827456

1	I	2	4524	915	462677	925334
2	A	1	4341	944	93656	187279
2	B	1	6689	1374	201442	402767
2	C	1	7559	1511	114107	228101
2	D	1	2362	530	225604	451107
2	E	1	1513	381	188937	377886
2	F	1	4544	937	212446	424869
2	G	2	6406	1361	327102	654188
2	H	2	6369	1327	413797	827479
2	I	2	4563	942	462739	925393

注意: 對於面板資料，每個 DMU 在不同的時期應當屬於同一個群組。例如：DMU

A 在第一個時期屬於群 1，則在第二個以及其他所有時期都應該屬於群 1。

群組編號必須是整數， 例如

1， 2， 3.....

但可以是不連續的。下麵的時間序列是允許的：

1， 2， 5， 8.....

2001， 2005， 2009.....

200101， 200102， 200302.....

資料導入一次就可以了， 程式關閉後，資料不會丟失。

3.2 数据定义

菜單：資料 – 定義資料

第二步是定義資料，告訴 MaxDEA 哪一列是 DMU 名稱，哪一列是投入變數，哪一列是產出變數。

資料導入後，“資料定義”視窗會自動顯示。

DMU Name，**Input** 和 **Output** 是必須定義的內容。

重要注意事項:

1) 用於指定邊界模型中下限和上限的欄位，方向距離函數模型中的方向向量欄位，以及成本、收益和利潤模型中的價格欄位，必須設置為“Not defined”。

2) 在網路模型和動態模型中的間接投入（產出）指標，即中間投入（產出）指標的欄位必須設置為“Intermediate”。

3) “Cluster”是在群組模型中用來區分群組的。Cluster 必須是整數。

如果想在模型中臨時刪除一些投入或產出變數，只需撤銷核取方塊即可。這樣，只有那些被選中的投入（產出）指標才會包含在 DEA 模型中。核取方塊的狀態對 DMU Name 和 Period 沒有作用。

資料定義也只需一次定義即可。程式關閉後定義不會丟失。

3.3 設置和运行模型

菜單： 模型 – 運行包絡模型

模型 – 運行乘數模型

模型-最常用模型快速通道

最後一步是設置要運行的 DEA 模型。“模型 – 運行資料包絡分析模型”功能表用於包絡模型，“模型 – 運行乘數模型”用於乘數模型，而“模型-最常用模型快速通道”用於最基礎的 4 個 DEA 模型，對新手來說，這比較方便。

關閉程式後，所有的選項都不會丟失。如果你想備份你的 DEA 模型，只需備份“mdb”檔即可，可任意命名，例如 Model1.mdb，Model2.mdb。

3.3.1 包絡模型

3.3.1.1 模型設置

包絡模型的設置包括基本模型設置（距離，方向和規模效益）和擴展模型設置。

運行 DEA 模型，需先做設置基礎選項，然後設置擴展選項，如果擴展選項在基礎選項下是不可用的，則擴展選項變為灰色。這種變化隨著模型的設置而即時改變。

3.3.1.1.1 基礎選項

基礎選項包括距離函數、模型導向和規模收益。

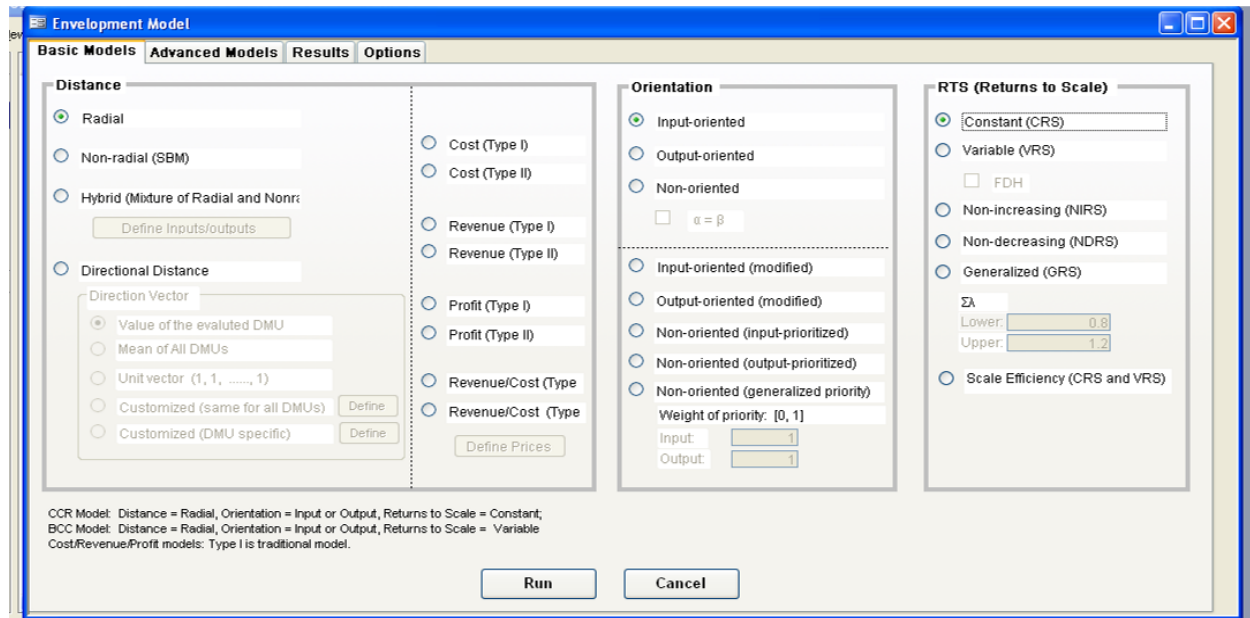


圖 3-1-A 包絡模型的基礎選項

距離函數

距離函數類型包括：

- 徑向
- 非徑向（SBM）
- 混合
- 方向距離函數
- 成本（I型與II型）
- 收益（I型與II型）
- 利潤（I型與II型）
- 收益成本比（I型與II型）

徑向

它測量的是被評價 DMU 要達到生產前沿，其投入（產出）需要等比例改進的程度。

非徑向（SBM）

在 SBM 模型中，無效率的測量是在被評價 DMU 達到 DEA 有效（不是弱有效）時，最大化各項投入（產出）改進的平均程度，也就是最大化其無效率程度。

混合距離函數

混合距離函數模型是徑向模型與非徑向模型的混合，它是徑向模型與非徑向模型的一般化形式。運行混合模型，需要定義每項投入（產出）各自的距離類型，點擊核取方塊右側的“Define”按鈕，可以打開距離類型定義視窗。

在混合模型中，如果所有的投入（產出）均設定為徑向，則等價於徑向模型；如果均設定為非徑向，則等價於 SBM 模型。

方向距離函數

方向距離函數是對徑向距離函數的推廣。MaxDEA 採用的方向距離函數是比 Chambers，Chung and Fare (1998) 定義的方向距離函數更一般化的形式，投入、期望產出和非期望產出的無效率程度分別用 α ， β 和 γ 相關聯，其數值可以不同，例如，投入投標減少的程度不一定要等於產出指標增加的程度，好產出增加的程度也不一定等於壞產出減少的程度。

MaxDEA 的方向距離函數以如下形式表達：

對於被評價 DMU_0 ，

$$\text{Efficiency score} = \min \frac{1 - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m w_i \alpha g_{xio} / x_{io}}{1 + o_d \frac{1}{s_d} \sum_{d=1}^{s_d} w_d \beta g_{ydo} / y_{do} + o_u \frac{1}{s_u} \sum_{u=1}^{s_u} w_u \gamma g_{yuo} / y_{uo}}$$

$$\text{s.t. } X\lambda + \alpha g^x \leq x_o$$

$$Y^d \lambda - \beta g_y^d \geq y_o^d$$

$$Y^u \lambda + \gamma g_y^u \leq y_o^u$$

m: 投入指標數量；

s_d: 期望（好）產出指標數量；

s_u: 非期望（壞）產出指標數量；

w_i: 投入指標權重；

w_d: 期望（好）產出指標權重；

w_u: 非期望（壞）產出指標權重；

x₀ 與 y₀: 被評價 DMU₀ 的投入和產出向量；

g_x 與 g_y: 投入和產出的方向向量；

o_d: 全部期望(好)產出的總體權重；

o_u: 全部非期望(壞)產出的總體權重

$$\sum_{i=1}^m w_i = m, \quad \sum_{d=1}^{s_d} w_d = s_d, \quad \sum_{u=1}^{s_u} w_u = s_u ;$$

$$o_d + o_u = 1.$$

在 MaxDEA 中，使用者可以根據需要任意設定權重。例如，假設模型中有兩個投入和兩個產出，你可以定義 input1 權重 = 1，input2 權重= 2，output1 權重 = 1，output2 權重= 2，o_d=1，o_u=1。MaxDEA 將自動計算相應的權重。

MaxDEA 所定義的方向距離函數效率值具有以下特徵：

1) 在分析結果中，儘管 α 和 β 的數值與方向向量的長度相關，但效率值獨立于方向向量的長度。例如，不管使用方向向量(1, 1, 1, 1) 還是 (2, 2, 2, 2)，計算的效率值都是一樣的。

2) 當定義的方向距離函數模型等價于徑向模型時，得出的效率值與徑向模型得出的效率值相同。

3) 投入和產出指標可以附加自訂的權重，以體現其相對重要性。

4) 可以自訂好產出和壞產出的總體權重。

用戶還可以使用自己定義的公式來計算效率值，MaxDEA 的分析結果中提供了 α 、 β 和 γ 的數值。

MaxDEA 提供了五種形式的方向向量：

1) 採用被評價 DMU 的投入產出數值作為方向向量；

2) 採用所有 DMU 的平均值作為方向向量；

3) 採用向量(1, 1, 1...);

4) 為所有 DMU 定義相同的方向向量；

5) 為每個 DMU 分別定義各自的方向向量。

第 4 種是第 2 種的一般化形式，最後一種是所有其它類型的一般化形式。

注意：採用前兩種形式的方向向量所建立的方向距離函數模型得出的效率值具備單位不變性。

當使用第 1 種類型方向向量時，即 $g_x = x$ ， and $g_y = y$ ，方向距離函數等價於徑向模型。

參考書目：

Chambers RG, Chung Y, Fare R. Profit, directional distance functions, and Nerlovian efficiency. J Optimiz Theory App. 1998; 98(2): 351-64.

成本、收益、利潤和收益成本比模型

上述模型需要投入產出指標的價格資訊，利用這類模型可以分析配置效率。

這類模型有兩種形式的線性規劃，MaxDEA 分別命名為“I 型”和 “II 型”。“I 型”和 “II 型”的區別在於，在約束條件中，“I 型”使用原始的投入（產出）值；而 “II 型”使用投入（產出）的成本（收益）值。（“I 型”是應用較多的傳統形式。）

運行以上模型，需要通過右側的“Define”按鈕來定義價格資訊。成本模型需要投入價格，收益模型需要產出價格，利潤和收益/成本比模型同時需要投入和產出價格。在“定義資料”階段，表示價格的欄位必須保持為“Not defined”。

注意：利潤模型的效率值可能為**負值**。

導向

傳統導向包含以下內容：

- 1) 投入導向，
- 2) 產出導向，
- 3) 投入產出雙向。

MaxDEA 提供了五種新的模型導向：

- 4) 投入導向（修），
- 5) 產出導向（修），
- 6) 雙向(投入優先)，
- 7) 雙向(產出優先)，
- 8) 雙向(自訂投入產出的優先性)。

新的導向類型的重要意義在於克服了傳統投入和產出導向超效率模型會出現無解的問題。

可自訂投入產出優先性的雙向模型是對其他導向模型的推廣，其徑向模型表示為：

對於被評價 DMU_k

$$\begin{aligned}
& \min \frac{1-w^I \alpha}{1+w^O \beta} \\
& \text{s.t. } \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq (1-\alpha) x_{ik}, \quad i=1,2,\dots,m \text{ (if } w^I > 0) \\
& \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq x_{ik}, \quad i=1,2,\dots,m \text{ (if } w^I = 0) \\
& \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq (1+\beta) y_{rk}, \quad r=1,2,\dots,s \text{ (if } w^O > 0) \\
& \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq y_{rk}, \quad r=1,2,\dots,s \text{ (if } w^O = 0) \\
& \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \\
& \quad \lambda_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n
\end{aligned}$$

此處 w^I 和 w^O 表示自訂投入產出的優先性，為非負數，且至少其中一個是正數，效率值被定義為 $(1-\alpha)/(1+\beta)$ 。

如果在以上模型中 DMU_k 是有效的，超效率模型表示為：

$$\begin{aligned}
& \min \frac{1-w^I \alpha}{1+w^O \beta} \\
& \text{s.t. } \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n \lambda_j x_{ij} \leq (1-\alpha) x_{ik}, \quad i=1,2,\dots,m \text{ (if } w^I > 0) \\
& \quad \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n \lambda_j x_{ij} \leq (1-\alpha) x_{ik}, \quad i=1,2,\dots,m \text{ (if } w^I = 0) \\
& \quad \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n \lambda_j y_{rj} \geq (1+\beta) y_{rk}, \quad r=1,2,\dots,s \text{ (if } w^O > 0) \\
& \quad \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n \lambda_j y_{rj} \geq y_{rk}, \quad r=1,2,\dots,s \text{ (if } w^O = 0) \\
& \quad \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n \lambda_j = 1 \\
& \quad \alpha \leq 0, \beta \leq 0, \lambda_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n (j \neq k)
\end{aligned}$$

此處 w^I 和 w^O 表示自訂投入產出的優先性，為非負數，且至少其中一個是正數，效率值被定義為 $(1-\alpha)/(1+\beta)$ 。

在可變、非增和非減規模收益(VRS, NIRS, NDRS)技術情況下，超效率模型可能會出現無解的情況。超效率模型無解的充分和必要條件參見 Seiford and Zhu (1999)。

在上述一般化模型中， w^I and w^O 表示投入產出導向的優先性。當 w^I 與 w^O 都是正數時，其超效率模型總是有可行解的。

表 3-4(A)展示了一般化導向與其他七種導向的關係。

情況 1：投入-導向。 $w^I = 1$ ， $w^O = 0$ ，（超）效率值被定義為 $1 - \alpha^*$ 。

在情況 1 中，一般化模型等同於傳統的投入導向模型。一般化模型中的（超）效率值 $1 - \alpha^*$ 等於傳統投入導向模型中的 θ^* 。

情況 2：產出導向。 $w^I = 0$ ， $w^O = 1$ ，（超）效率值定義為 $1/(1 + \beta^*)$ 。

在情況 2 中，一般化模型等同於傳統的產出導向模型，一般化模型的（超）效率值 $1/(1 + \beta^*)$ 等於傳統產出導向模型中的 $1/\phi^*$ 。

除了投入導向與產出導向，我們定義了另外五種導向形式：

情況 3：非導向。 $w^I = 1$ ， $w^O = 1$ ，（超）效率值定義為 $(1 - \alpha^*)/(1 + \beta^*)$ 。

當投入導向與產出導向被給予同等的優先性時($w^I = 1$ and $w^O = 1$)，模型是雙向的，（超）效率值被定義為 $(1 - \alpha^*)/(1 + \beta^*)$ 。

情況 4：投入導向（修）。 $w^I = 1$ ， $w^O = \varepsilon$ （標準效率）或者 $w^I = \varepsilon$ 且 $w^O = 1$ （超效率），（超效率）值被定義為 $1 - \alpha^*$ 。

情況 4 中，在保留產出導向的條件下，投入導向被給予優先權。（超）效率值被定義為 $(1 - \alpha^*)$ ，沒有分母 $(1 + \beta^*)$ 。這意味著效率值僅僅決定於投入的改進。

修改的投入導向模型具有如下特徵：標準的效率值 $(1 - \alpha^*)$ 等於傳統投入導向模型中的 θ^* ，超效率值等於傳統投入導向模型中的 θ^* （傳統模型有解時）。在傳統超效率模型無可行解時，修改的投入導向模型仍然能夠獲得最優解。修改的投入導向模型克服了傳統投入導向超效率模型可能會出現無解的問題，同時保持了與傳統投入導向模型定義

的一致性。

情況 5：產出導向（修）。 $w^I = \varepsilon$ ， $w^O = 1$ （標準效率）或者 $w^I = 1$ 且 $w^O = \varepsilon$ （超效率），（超）效率值被定義為 $1/(1 + \beta^*)$ 。

在情況 5 種，在保留投入導向的條件下，產出導向被給予優先性。（超）效率值被定義為 $1/(1 + \beta^*)$ ，沒有分子 $(1 - \alpha^*)$ ，這意味著效率值僅僅決定於產出的改進。修改的產出導向具有以下特徵：標準效率值 $1/(1 + \beta^*)$ 等於傳統產出導向模型中的 $1/\varphi^*$ ，超效率值等於傳統產出模型的 $1/\varphi^*$ （傳統模型有解時）。此外，當傳統產出導向超效率模型無可行解時，修改的產出模型仍然能夠獲得最優解。修改的產出導向超效率模型克服了傳統產出導向超效率模型可能會出現無解的問題，同時保持了與傳統產出導向模型定義的一致性。

情況 6：雙向（投入優先）。 $w^I = 1$ ， $w^O = \varepsilon$ （標準效率）或者 $w^I = \varepsilon$ 且 $w^O = 1$ （超效率），（超）效率值被定義為 $(1 - \alpha^*)/(1 + \beta^*)$ 。

除了效率值被定義為 $(1 - \alpha^*)/(1 + \beta^*)$ ，情況 6 等同於情況 4，這意味著效率值從投入和產出兩個方面進行測量。投入優先雙向模型具有如下特徵：標準效率值 $(1 - \alpha^*)/(1 + \beta^*)$ 等同於或小於傳統的投入導向模型中的 θ^* ；當傳統的投入導向超效率模型有可行解時，超效率值 $(1 - \alpha^*)/(1 + \beta^*)$ 等於或大於傳統的投入導向模型的 θ^* 。

情況 7：雙向（產出優先）。 $w^I = \varepsilon$ ， $w^O = 1$ （標準效率）或者 $w^I = 1$ ， $w^O = \varepsilon$ （超效率），（超）效率值被定義為 $(1 - \alpha^*)/(1 + \beta^*)$ 。

除了效率值被定義為 $(1 - \alpha^*)/(1 + \beta^*)$ ，情況 7 等同於情況 5，這意味著效率值從投入和產出兩個方面同時測量。產出優化雙向模型具有以下特徵：標準效率值 $(1 - \alpha^*)/(1 + \beta^*)$ 等於或小於傳統產出導向模型中的 $1/\varphi^*$ ，當傳統產出導向超效率模型有可行解時，超效率值 $(1 - \alpha^*)/(1 + \beta^*)$ 等於或大於傳統產出導向模型中的 $1/\varphi^*$ 。

表 3-4(A) 一般化導向模型的特例及其效率值定義

情況	導向	標準效率模型			超效率模型		
		w^I	w^O	Score	w^I	w^O	Score
1	投入導向	1	0	$1 - \alpha^*$	1	0	$1 - \alpha^*$

2	產出導向	0	1	$\frac{1}{1+\beta^*}$	0	1	$\frac{1}{1+\beta^*}$
3	非導向	1	1	$\frac{1-\alpha^*}{1+\beta^*}$	1	1	$\frac{1-\alpha^*}{1+\beta^*}$
4	投入導向（修）	1	ε	$1-\alpha^*$	ε	1	$1-\alpha^*$
6	非導向（投入優先）	1	ε	$\frac{1-\alpha^*}{1+\beta^*}$	ε	1	$\frac{1-\alpha^*}{1+\beta^*}$
5	產出導向（修）	ε	1	$\frac{1}{1+\beta^*}$	1	ε	$\frac{1}{1+\beta^*}$
7	非導向（產出優先）	ε	1	$\frac{1-\alpha^*}{1+\beta^*}$	1	ε	$\frac{1-\alpha^*}{1+\beta^*}$

ε 是非阿基米德無窮小量(在實際應用中取 10^{-5}).

同樣，一般化導向的非徑向模型表示為：

$$\min \rho = \frac{1 - w^I \left(\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m s_i^- / x_{io} \right)}{1 + w^O \left(\frac{1}{s} \sum_{r=1}^s s_r^+ / y_{ro} \right)}$$

$$st \ x_0 - X\lambda - s^- = 0$$

$$Y\lambda - y_0 - s^+ = 0$$

$$\lambda, s^-, s^+ \geq 0$$

一般化導向的 DEA 模型是非線性規劃。採用類似於 Charnes–Cooper 變換的方法，可以轉化為線性規劃(Charnes & Cooper，1962)。

Cheng G, Qian Z, Guo Y (2010). Overcoming the infeasibility of super-efficiency DEA model: a model with generalized orientation. Proceedings of the 8th international conference on data envelopment analysis.

規模收益 (RTS)

MaxDEA 可以運行五種規模收益：不變規模收益(CRS)、可變規模收益(VRS)、非

增規模收益(NIRS)、非減規模收益(NDRS)和一般化規模收益(GRS)。如果選擇一般化規模收益(GRS)，需要設定 $\Sigma\lambda$ 的下限(L)與上限(U)。一般化規模收益(GRS)是其他四種規模收益的一般化形式：

表 3-4(B)一般化規模收益(GRS)是其他規模收益關係

	GRS	
	L	U
CRS	0	$+\infty$
VRS	1	1
NIRS	0	1
NDRS	1	$+\infty$

“Scale Efficiency”是一個特殊選項，它會同時求解 CRS 和 VRS 效率值，然後計算規模效率或規模效應（Mamquist 模型）。

$$\text{Scale Efficiency} = \text{CRS efficiency} / \text{VRS efficiency}$$

$$\text{規模效率} = \text{CRS 效率值} / \text{VRS 效率值}$$

除了計算規模效率（效應），還提供了被評價 DMU 所處規模收益狀況的估計。

對於 Malmquist 模型而言，規模效應間有如下關係：

- Malmquist 指數的規模效應 = Malmquist 指數 (CRS) / Malmquist 指數 (VRS)
- 效率變化的規模效應 = 效率變化 (CRS) / 效率變化 (VRS)
- 技術變化的規模效應 = 技術變化 (CRS) / 技術變化 (VRS)
- Malmquist 指數的規模效應 = 效率變化的規模效應 * 技術變化的規模效應

參考 3.1.1.2 Malmquist 模型 [Malmquist 模型](#) 與 3.3.1.2.2 [規模效率](#)

FDH 模型

FDH (Free Disposal Hull) 模型的目的是要確保效率評價僅僅基於實際觀察到的績效。投入導向 FDH 模型可以用以下的混合整數線性規劃式表示：

$$\min \theta$$

$$st \ \theta x_0 - X\lambda - s^- = 0$$

$$Y\lambda - y_0 - s^+ = 0$$

$$s^-, s^+ \geq 0$$

$$e\lambda = 1, \lambda \in \{0,1\}$$

注意：FDH 模型僅僅在以下基礎選項下可用。

規模收益：可變規模收益

導向：投入導向或產出導向

3.3.1.1.2 擴展選項

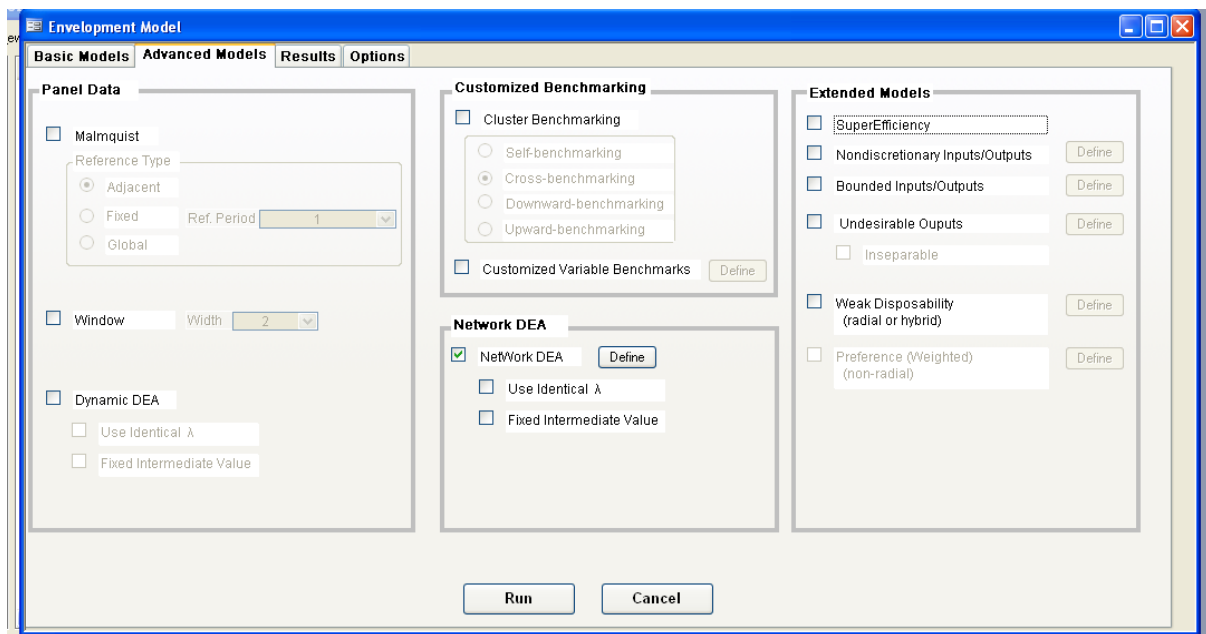


圖 3-1-B 包絡模型的擴展選項

超效率(Super-efficiency)

超效率模型與標準效率模型的區別在於，在超效率模型的參比 DMU(reference DMU set) 中將被評價 DMU₀ 排除在外（線性規劃中以 $j \neq 0$ 表示）。

超效率值可能大於 1。在有些情況下（例如投入或產出導向的 VRS 超效率模型），部分 DMU 的線性規劃會出現無可行解的問題。可以通過選項“No optima”來設定在這種情況下程式是否返回值“1” 作為效率值(參考 3.3.1.3)。

Malmquist 模型

Malmquist 模型用於處理面板資料。Malmquist 生產率指數評估了 DMU 在兩個時期總要數生產率的變化。Malmquist 指數被定義為效率變化（追趕效應，catch-up）與技術變化（前沿移動，frontier-shift）的乘積。效率變化反映了 DMU 的效率改善或惡化程度，而技術變化反映了兩個時期效率前沿的變化情況。

MaxDEA 提供了三種參比類型的 Malmquist 指數，包括相鄰、固定、全域參比。

(具體參考 3.3.1.2.2 [Malmquist 模型的分析結果](#))

Malmquist 指數的三種參比類型

相鄰(adjacent)

FGLR: Färe R, Grosskopf S, Lindgren B, Roos P, 1992

固定(fixed)

Berg SA, Forsund FR, Jansen ES, 1992

全域(global)

Pastor JT, Lovell CAK, 2005

目前，應用最廣泛的是相鄰參比 Malmquist 模型。

MaxDEA 不僅可以計算 CRS 的 Malmquist 模型，也可以計算 VRS 及其它規模收益類型的 Malmquist 指數及其分解（效率變化和技術變化）。在 Malmquist 模型中，MaxDEA 為規模效應提供了三種指標：

- SEEC: 效率變化的規模效應

效率變化的規模效應 = 效率變化 (CRS) / 效率變化 (VRS)

- SETC: 技術變化的規模效應

技術變化的規模效應 = 技術變化 (CRS) / 技術變化 (VRS)

- SEMI: Malmquist 指數的規模效應

Malmquist 指數的規模效應 = Malmquist 指數 (CRS) / Malmquist 指數 (VRS)

- Malmquist 指數的規模效應 = 效率變化的規模效應*技術變化的規模效應

注意：SEEC 等同於 FGNZ 定義的“規模變化因數”，SEMI 等同於 Ray 與 Desli 定義的“規模變化因數”。

(參考 3.3.1.2.2 [MALMQUIST 模型的分析結果](#))

參考文獻：

FGLR:

Färe R, Grosskopf S, Lindgren B, Roos P. Productivity changes in Swedish pharmacies 1980–1989: A non-parametric Malmquist approach. J Prod Anal. 1992; 3(1-2): 85-101.

FGNZ:

Färe R, Grosskopf S, Norris M, Zhang Z. Productivity Growth, Technical Progress, and Efficiency Change in Industrialized Countries. Am Econ Rev. 1994; 84(1): 66-83.

Ray and Desli:

Ray SC, Desli E. Productivity growth, technical progress, and efficiency change in industrialized countries: Comment. Am Econ Rev. 1997;87(5):1033-9.

Berg SA, Forsund FR, Jansen ES. Malmquist Indexes of Productivity Growth during the Deregulation of Norwegian Banking, 1980-89. Scand J Econ. 1992; 94: S211-S28

Pastor JT, Lovell CAK. A global Malmquist productivity index. Economics Letters. 2005; 88(2): 266-71.

成本 Malmquist 模型

MaxDEA 使用 Maniadakis and Thanassoulis 的方法計算成本 Malmquist 指數，同時使用類似的方法計算收益、利潤和收益利潤比 Malmquist 指數。

MaxDEA 提供的成本 Malmquist 指數的分解為：

- Malmquist 指數（成本效率模型）= 效率變化（成本效率模型）* 技術變化（成本效率模型）

通過運行成本效率 Malmquist 模型與技術效率 Malmquist 模型，可以獲得對 M 指數的進一步分解：

- 分配效率變化=效率變化（成本效率模型）/ 效率變化（技術效率模型）

- 價格效應=技術變化（成本效率模型）/ 技術變化（技術效率模型）
- Malmquist 指數（成本效率效率）= 效率變化（技術效率模型）*分配效率變化*技術變化（技術效率模型）* 價格效應

收益、利潤與收益成本比 Malmquist 指數同樣可以被分解。

Maniadakis N, Thanassoulis E. A cost Malmquist productivity index. Eur J Oper Res. 2004; 154(2): 396-409.

收益 Malmquist 模型

與成本 Malmquist 模型相似

利潤 Malmquist 模型

與成本 Malmquist 模型相似

收益成本比 Malmquist 模型

與成本 Malmquist 模型相似

視窗模型（Window）

視窗模型也是用於分析面板資料。視窗模型必須設定視窗的寬頻。視窗模型可以用於分析非平衡面板資料。

不可控投入（產出）模型（Nondiscretionary Inputs/outputs）

參考“不可控投入（產出）模型”

特定測量模型（Measure specific）

參考“不可控投入（產出）模型”

不可控投入（產出）模型

MaxDEA 提供一種一般化的不可控投入（產出）模型。實際上，不可控模型是更一般化的模型-邊界模型的一種特例（見下文），因此，我們只是為邊界模型提供線性規

劃。

運行不可控模型，需要設定投入（產出）的可控程度（“Full Discretion”表示完全可控，“Non- or Part-discretion”表示有限的控制）。點擊右側的“Define”即可進入設置視窗。可控程度用百分數表示。

以下是不可控模型的幾種特例：

1) 不可控徑向模型的第一個特例是所有的投入（產出）的可控度為零。這種情況也叫“non-controllable”徑向模型(Cooper William W， Seiford Lawrence M， Tone Kaoru， 2007)。

2) 不可控徑向模型的第二個特例是所有的不可控投入（產出）的可控度為 100%。這種情況也被稱為 Nondiscretionary 徑向模型(Cooper William W， Seiford Lawrence M， Tone Kaoru， 2007)，或“Measure specific”模型(Zhu J， 2009)。

注意：以上特例說明，在徑向模型中，將投入（產出）的可控度設為 100%不等同於設定為“Full Discretion”。

3) 第三個特例是在不可控 SBM 模型中，將投入（產出）的可控度設為零。這種情況稱稱為 non-controllableSBM 模型(Cooper William W， Seiford Lawrence M， Tone Kaoru， 2007)。

4) 最後一個特例是在不可控 SBM 模型中，將所有投入（產出）的可控度設為 100%。這種情況等同於正常模型。換言之，在 SBM 模型中，將投入（產出）的自由度設定為 100%等同於設為“Full Discretion”。

在不可控模型中（包括徑向和 SBM），如果將所有的投入（產出）的可控度設為“Full Discretion”，則等同於正常模型。

边界投入（产出）模型（Bounded Inputs/outputs）

運行邊界模型，點擊右側的“定義”按鈕，設定投入（產出）的上限與下限。在“Define Data 定義資料”階段，包含投入（產出）的上限或下限的欄位必須保持在“Not defined”狀態。注意下限必須小於或者等於原始數值，上限必須大於或者等於原始數值。

如果所有的投入（產出）被設定為“Full Discretion”，則等同於正常模型。

不可控模型等價於如下設定上下限的邊界模型：

下限=原始值 \times (1－可控度)

上限=原始值/(1－可控度)

非期望產出模型（Undesirable Outputs）

在非期望產出模型中，好產出的改進方向是增加，而壞產出的改進方向是減少。

通過 MAXDEA，你可以分析徑向、非徑向或者混合距離的非期望產出模型。徑向非期望產出模型是基於方向距離函數的思想(Chung YH， Fare R and Grosskopf S， 1997)，但採用如下更一般化的形式：

非期望產出徑向模型（雙向，non-oriented）：

$$\min \rho = \frac{1-\alpha}{1 + \frac{w_g \beta + w_b \gamma}{w_g + w_b}}$$

$$st \ (1-\alpha)x_0 - X\lambda - s^- = 0$$

$$Y^g \lambda - (1+\beta)y_0^g - s^{g+} = 0$$

$$Y^b \lambda - (1-\gamma)y_0^b + s^{b+} = 0$$

g 表示好的產出， b 表示壞的產出， w_g 是好產出的權重， w_b 是壞產出的權重。

如果我們增加如下約束，

$$1) \ \alpha = \beta ;$$

$$2) \ \beta = \gamma ,$$

$$3) \ s^{b+} = 0 \text{ (壞產出的鬆弛為零，也就是弱處置性，與弱處置性模型組合使用)，}$$

$$4) \ \text{導向=雙向（non-oriented）,}$$

經過以上設置後，等價于如下傳統的“方向距離函數”模型：

$$\max \beta$$

$$st \ X\lambda + s^- = (1-\beta)x_0$$

$$Y^g \lambda - s^{g+} = (1+\beta)y_0^g$$

$$Y^b \lambda = (1-\beta)y_0^b$$

$$Efficiency \ Score = \frac{1-\beta}{1+\beta}$$

非期望產出 SBM 模型（雙向，non-oriented）

$$\min \rho = \frac{1 - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m s_i^- / x_{io}}{1 + \frac{1}{s} \sum_{r=1}^s s_r^+ / y_{ro}}$$

$$st \ x_0 - X\lambda - s^- = 0$$

$$Y^g \lambda - y_0^g - s^{g+} = 0$$

$$Y^b \lambda - y_0^b + s^{b+} = 0$$

$$\lambda, s^-, s^+ \geq 0$$

點擊右側的“Define”按鈕，來設定壞產出和“ $\alpha = \beta$ ”，“ $\beta = \gamma$ ”等選項。

好產出與壞產出不可分離的模型

不可分離非期望產出模型處理某種壞產出與相應的好產出(和某些投入)不可分離的情況，這種情況下，減少壞產出不可避免地也會減少好產出。

關於此模型的細節參見 Cooper et al (2007)。此書中有兩種不可分離模型：其一為“SBM-NS”，另外的一個為“NS-Overall”。

請注意 MaxDEA 提供了更為靈活的不可分離模型，請根據文獻中的規劃式選擇相應的選項，包括模型導向、弱可處置性、可控度、及以下選項：

- ✓ 好的總產出是否保持不變；
- ✓ 不可分離投入的鬆弛變數是否作為無效率項；
- ✓ 不可分離壞產出的鬆弛變數是否作為無效率項。

注意：在 MaxDEA 中，產出的上限用以下公式計算：

上限 = 原始值 / (1 - 可控度)。

例如：如果把可控度設定為 20%，實際增加程度的上限為 $1 / (1 - 20\%) - 100\% = 25\%$ 。如果你想把上限的增加幅度設定為 20%，**可控度**應該是

$1 - 1 / (1 + 20\%) = 16.6667\%$ 。

弱可處置性模型（Weak Disposability）

弱可處置性模型把投入（產出）的鬆弛變數設置為 0，如下文（雙向，non-oriented）：

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{\theta}{\phi} \\ \text{st} \quad & \theta x_0^s - X^s \lambda - s^{s-} = 0 \\ & \theta x_0^w - X^w \lambda = 0 \\ & Y^s \lambda - \phi y_0^s - s^{s+} = 0 \\ & Y^w \lambda - \phi y_0^w = 0 \end{aligned}$$

s 表示強處理性 w 表示弱處理性。

點擊右側的“Define”，對投入（產出）是否為弱可處置性進行設置。

注意：弱可處置性不能用於非徑向(SBM)模型。

偏好（加權）模型（Preference，weighted）

在 SBM 模型中，可以根據各項投入（產出）指標的相對重要程度，在目標函數中進行加權處理：

$$\begin{aligned} \min \quad & \rho = \frac{1 - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m w_i s_i^- / x_{io}}{1 + \frac{1}{s} \sum_{r=1}^s w_r s_r^+ / y_{ro}} \\ & \sum_{i=1}^m w_i = m \\ & \sum_{r=1}^s w_r = s \end{aligned}$$

點擊右側的“Define”，設置投入（產出）的權重。

用戶可以自由設定權重，例如：假設模型中有兩個投入和兩個產出，權重可以設定為

投入 1 的權重 = 1，投入 2 的權重 = 2，

產出 1 的權重 = 1，產出 2 的權重 = 2。

MaxDEA 將自動計算相應的 w_i 與 w_r 。

如果所有投入（產出）的權重設定為 1，則等同于正常模型。

注意：上述體現決策者偏好的加權模型僅用於非徑向(SBM)模型。能夠體現決策者偏好的模型還有權重約束模型（Restricted multiplier model）。

成本，收益，利潤與收益/成本比模型

參考 3.3.1.1.1 距離函數

可變參比決策模型

參考“自訂參比”

自訂參比

在自訂參比模型中，使用者可以自訂被評價 DMU 的參比 DMU。以投入導向 CCR 模型為例：

$$\min \theta$$

$$st \ \theta x_0 - X^r \lambda - s^- = 0$$

$$Y^r \lambda - y_0 - s^+ = 0$$

$$\lambda, s^-, s^+ \geq 0$$

r 表示被評價 DMU 的參比 DMU。

以上模型也稱為**可變參比模型**(Zhu J, 2009)，在實際求解結果中，參比 DMU 集合中的每個 DMU 都可以是參比 DMU(係數 $\lambda > 0$)，也可以不是參比 DMU(係數 $\lambda = 0$)。

運行自訂參比模型需要選中“Variable-benchmark”選項，點擊“Define”按鈕定義可變參比模型。

網路 DEA 模型

網路 DEA 模型可以與其他包絡模型組合應用，比如：網路 Malmquist 模型，網路成本/收益/利潤/收益成本比模型，非期望產出網路 DEA，不可控投入（產出）網路 DEA 模型等。

網路 DEA 模型能夠處理 DMU 包含相互關聯的子系統的情況（Sub-DMU，division，在 MaxDEA 中，稱之為節點，node），如圖 3-2 所示：

1) 每個節點可以有也可以沒有自己的投入（產出），在網路 DEA 模型中稱為直接投入（產出）；

2) 至少有一個節點通過間接投入（產出）與另外一個節點相聯。間接變數被看作是一個節點的投入，同時又是另外一個節點的產出。

在網路 DEA 模型的分析結果中包括整個系統（一個 DMU 被看作是包含許多節點的一個系統）的效率值，也包括各個節點各自的效率值。

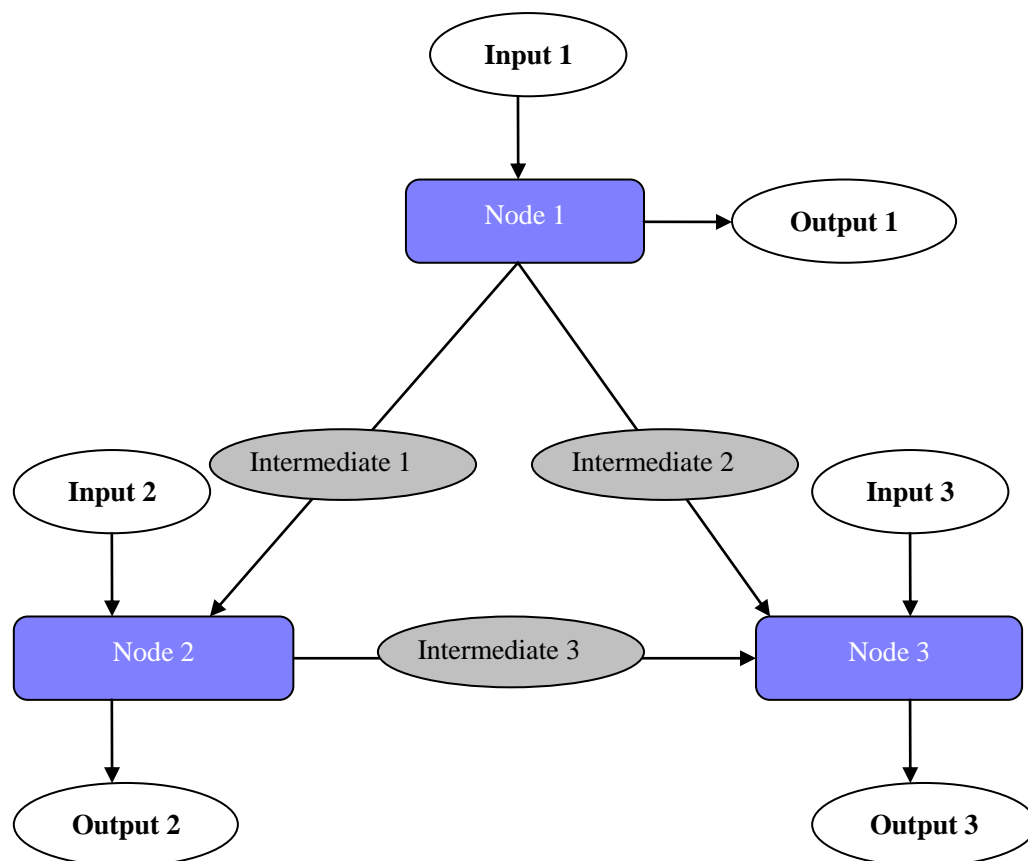


圖 3-2(A) 網路 DEA 模型示例（網狀）

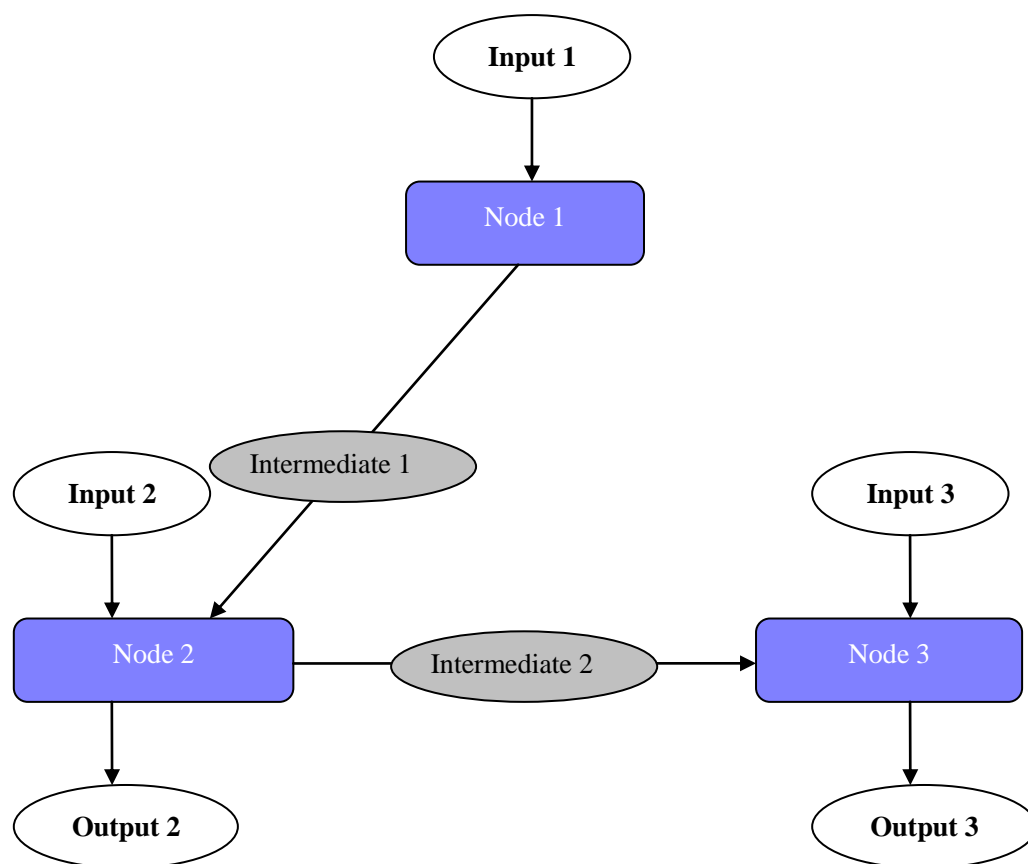


圖 3-2(B) 網路 DEA 模型示例 (鏈狀)

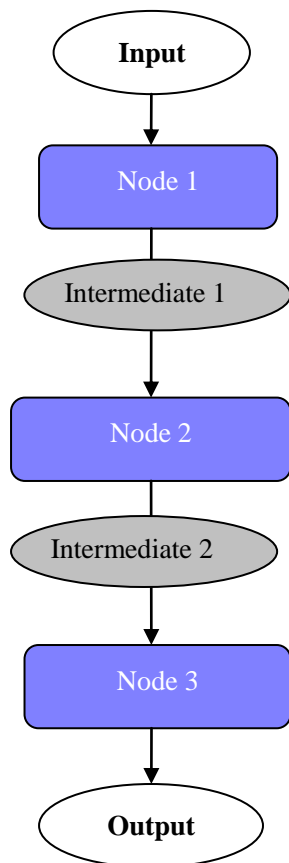


圖 3-2(C) 網路 DEA 模型示例 (鏈狀)

MaxDEA 是分析網路 DEA 模型的強大工具，它提供了網路 DEA 模型的很多選項。

運行網路 DEA 模型的步驟：

- 1) 在“資料定義”階段，與其它 DEA 模型一樣定義模型的直接投入（產出），但需要把間接投入（產出）為設定為“Intermediate”；
- 2) 在“運行模型”階段，選中“Network”選項，然後
 - a) 通過核取方塊“Use Identical Lambda”，決定是否所有節點使用同樣的係數向量 λ 或者各自使用不同的 λ ；
 - b) 通過核取方塊“Fixed Intermediate Value”，決定中間變數（間接投入產出）是否是固定的；
 - c) 通過“Define”按鈕，定義網路的各個節點及其投入和產出(圖 3-4)；

首先，定義網路的節點，包含節點的名稱和權重；

然後，把每項投入（產出）指標分配給各個節點，也就是定義各節點的直接和間接投入（產出）。每個直接投入（產出）指標必須分配到**唯一**的一個節點（不能將一個直接投入產出指標同時分配給 2 個節點）。每個中間變數必須分配給一個節點作為投入，同時分配給另外一個節點作為產出。
 - d) 運行模型。

通過 MaxDEA 可以非常方便地對傳統模型（即所謂的“黑箱”模型）與網路模型的結果進行比較。定義好網路 DEA 模型後，如果不選“Network” 選項，就是傳統的 DEA 模型了。

Define Network Node

First step: Define nodes

Node Name	Weight
Node1	0.4
Node2	0.2
Node3	0.4
*	1

Second step: Define sub-processes of the network

Field Name	Field Type for the network	Field Type for the node	This field belongs to which Node
Input1	Input	Input	Node1
Output1	Output	Output	Node1
Input2	Input	Input	Node2
Output2	Output	Output	Node2
Input3	Input	Input	Node3
Output3	Output	Output	Node3
Inter1 2	Intermediate	Input	Node2
Inter1 2	Intermediate	Output	Node1

OK

圖 3-3 定義網路 DEA 模型的節點及其投入產出

網路模型的結果有三個表：第一個與其它模型一樣是一個總結，第二個是總體效率、鬆弛變數和目標值，還有一個是節點的效率值及其係數向量。

注：參考 Tone K (2009)對非徑向(SBM) 網路 DEA 的討論

Tone K, Tsutsui M. Network DEA: A slacks-based measure approach. Eur J Oper Res. 2009; 197(1): 243-52.

动态 DEA 模型

動態 DEA 模型用於分析面板資料，包含不同時期之間的關聯變數。

表 3-5(A)是包含一個投入，一個產出和一個中間變數的 3 年資料的動態模型，圖 3-4 顯示各期之間的聯繫，注意在 MaxDEA 中，第 1 期的中間變數用於建立第一和第二期之間的關聯，第 2 期的中間變數用於建立第二和第三期之間的關聯，第 3 期的中間變數不包括在動態模型中。

從本質上說，動態 DEA 模型是一個特殊的網路 DEA 模型，因此所有動態模型都可

以通過網路模型來分析。要達到這樣的目的，面板資料必須轉化成分析網路 DEA 模型的標準資料。表 3-5(A)的資料轉化為表 3-5(B)後就可以利用網路 DEA 模型得到以“時期”作為結點的動態 DEA 模型。

通過網路 DEA 模型可以建立更為複雜的動態模型，例如每個時期有各自不同的投入、產出和中間變數的動態模型。

表 3-5(A) 面板資料的動態模型示例

Period	DMU	Input	Output	Intermediate
1	A	4323	93608	875
1	B	2295	225559	469
1	C	6379	327068	1286
2	A	6644	201354	1339
2	B	1436	188926	297
2	C	6281	413738	1266
3	A	7459	114022	1502
3	B	4464	212444	903
3	C	4524	462677	915

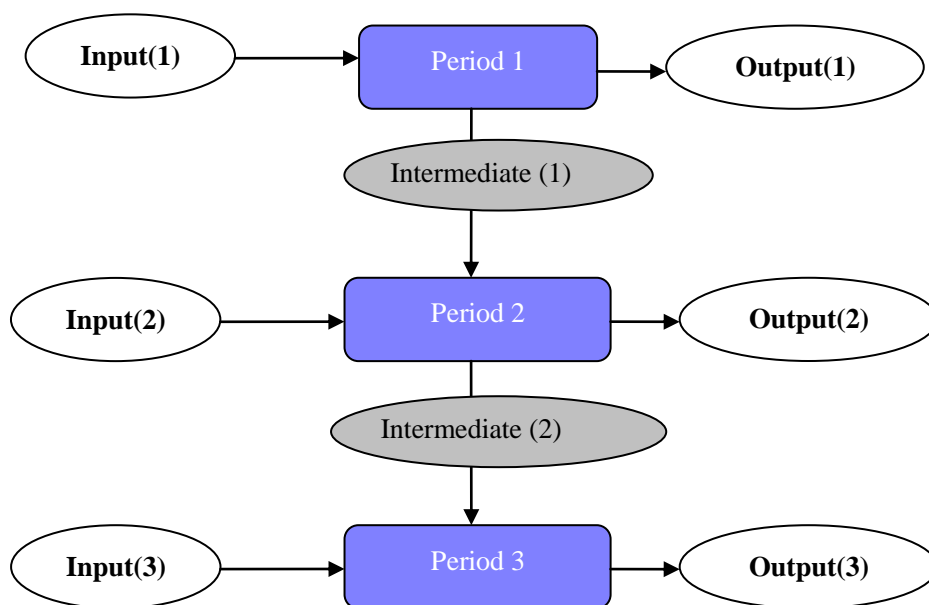


圖 3-4 動態模型的結構圖

表 3-5(B)是 通過網路模型實現動態模型的資料轉換示例

DMU	Input(1)	Output(1)	Intermediate(1)	Input(2)	Output(2)	Intermediate(2)	Input(3)	Output(3)
A	4323	93608	875	6644	201354	1339	7459	114022
B	2295	225559	469	1436	188926	297	4464	212444
C	6379	327068	1286	6281	413738	1266	4524	462677

參見 Tone K and Tsutsui M (2010)的非徑向動態 DEA 模型：

Tone K, Tsutsui M. Dynamic DEA: A slacks-based measure approach. Omega-Int J Manage Sci. 2010; 38(3-4): 145-56.

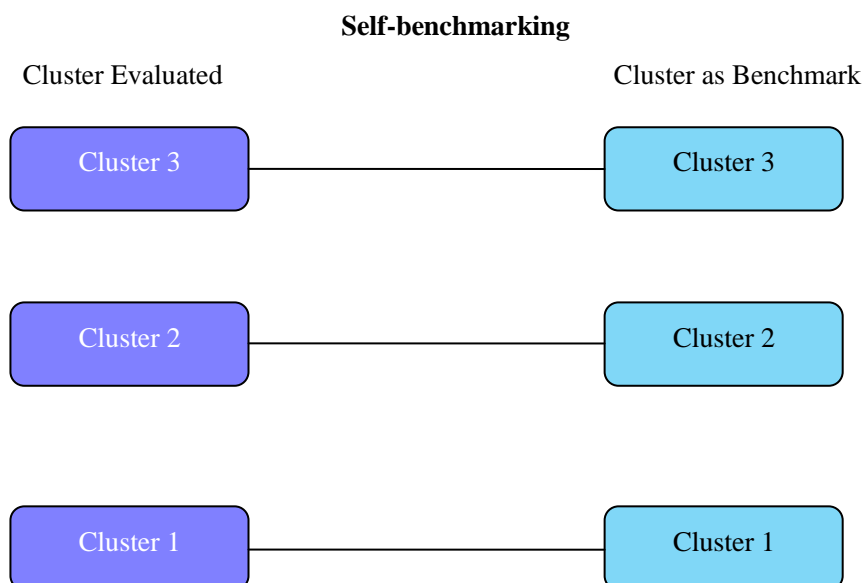
群組模型

群組模型是對 DMU 按照其特徵進行分類後建立的模型。根據被評價群組和參比群組之間的關係，可以分為 4 種類型：

群內參比

群內參比模型是每個 DMU 以其各自所屬的群組作為參比 DMU 集合。它相當於採用常規方法依次分別對各群組單獨建立各自的 DEA 模型。

例如，如果所有的 DMU 被分為三個群，群內參比模型的結果和採用常規方法依次建立各群模型的結果相同，常規方法是首先僅用第一群的資料建立模型，然後再用第二群的資料建立模型，最後用第三群的資料建立模型。

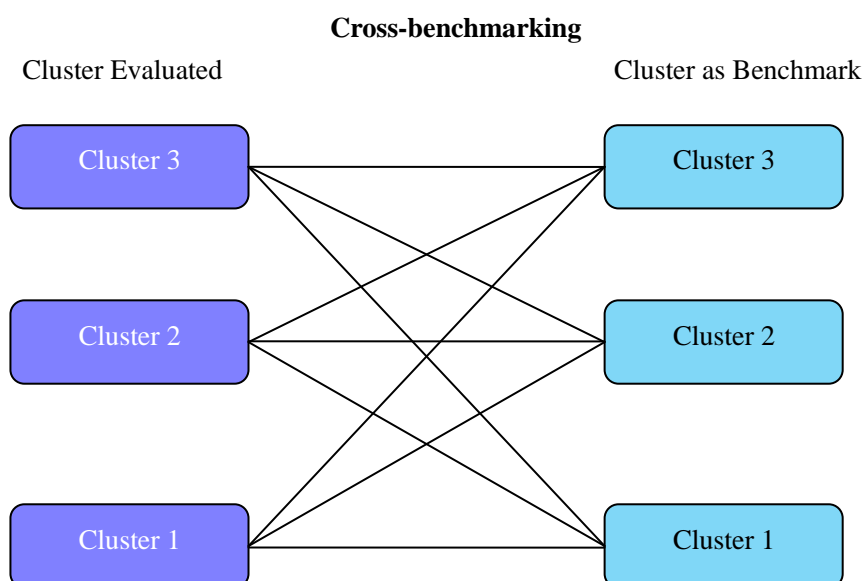


群间交叉参比

群間交叉參比模型，就是每一個 DMU 依次分別以本群和其它各群作為參比 DMU 集合建立 DEA 模型,其實質就是各群之間兩兩交叉參比建立 DEA 模型。

例如，如果所有的 DMU 被分為三個群，群間交叉參比模型的結果和採用如下常規方法建立的模型的結果相同：

- 1) 首先，以群 1 作為參比 DMU 集合，對所有各群的 DMU 進行評價；
- 2) 第二，以群 2 作為參比 DMU 集合，對所有各群的 DMU 進行評價；
- 3) 最後，以群 3 作為參比 DMU 集合，對所有各群的 DMU 進行評價；

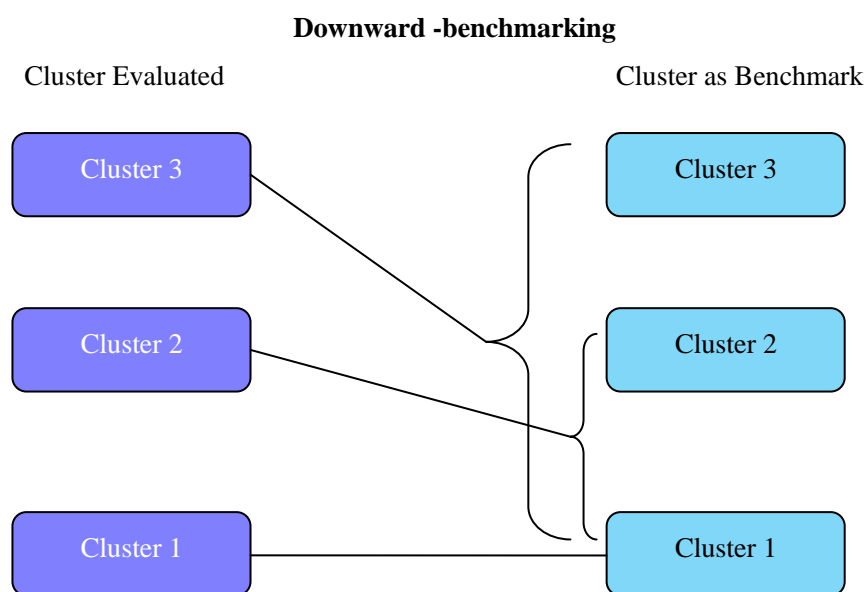


群间向下参比

在群間向下參比模型中，被評價 DMU 的參比 DMU 集合包括本群（其所屬群）和編號小於本群編號的其它群。

例如，如果所有的 DMU 被分為三個群，群 1，群 2 和群 3，

- 1) 評價群 1 中的 DMU 時，僅以群 1 作為參比 DMU 集合；
- 2) 評價群 2 中的 DMU 時，以群 1 和群 2 作為參比 DMU 集合；
- 3) 評價群 3 中的 DMU 時，以群 1、群 2 和群 3(所有 DMU)作為參比 DMU 集合。

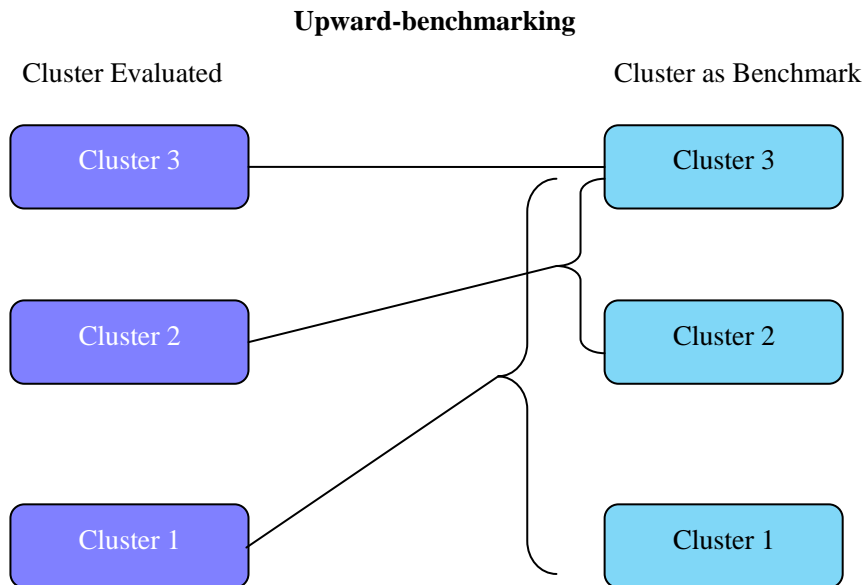


群间向上参比

與群間向下參比模型相反，在群間向上參比模型中，被評價 DMU 的參比 DMU 集合包括本群（其所屬群）和編號大於本群編號的其它群。

例如，如果所有的 DMU 被分為三個群，群 1，群 2 和群 3，

- 1) 評價群 1 中的 DMU 時，以群 1、群 2 和群 3(所有 DMU)作為參比 DMU 集合；
- 2) 評價群 2 中的 DMU 時，以群 2 和群 3 作為參比 DMU 集合；
- 3) 評價群 3 中的 DMU 時，僅以群 3 作為參比 DMU 集合。



注意：在“定義資料”時，表示群編號的欄位需要設定為“Cluster”

3.3.1.2 分析結果

在 MaxDEA 軟體中，使用者可以在“Results”選項卡中方便地設置所需要的輸出結果。

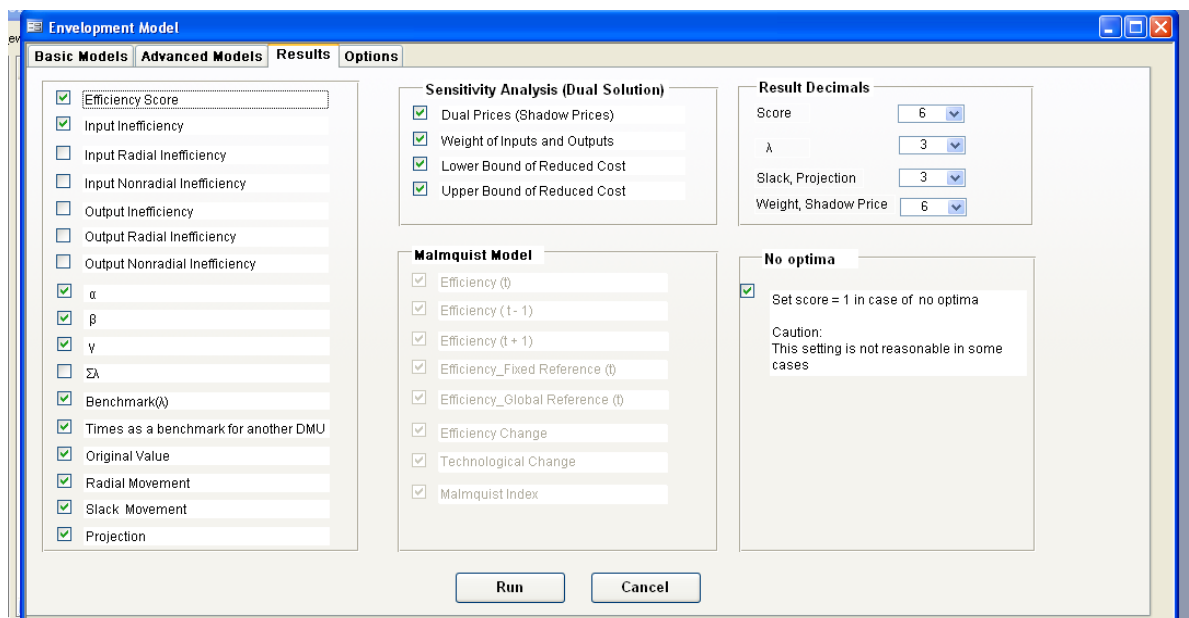


圖 3-5 包絡模型的分析結果

3.3.1.2.1 一般结果

效率值 (Score)

請注意 MaxDEA 中用 θ 作為投入導向模型的效率值，用 $1/\phi$ (ϕ 的倒數)作產出導向模型的效率值。

$$\text{在雙向(non-oriented)模型中，效率值} = \frac{1 - \text{投入無效率值}}{1 + \text{產出無效率值}}$$

規模效率值(Scale Efficiency)

規模效率值=CRS 的效率值/VRS 的效率值

參見 3.3.1.1.1 規模收益

配置效率值 (Allocative Efficiency)

MaxDEA 軟體不直接提供配置效率值，但能夠通過如下公式計算：

配置效率值=成本效率值(或收益效率值，利潤效率值)/技術效率值

投入無效率值

=投入徑向無效率+投入非徑向無效率

投入徑向無效率值 (用於混合距離模型)

$$= \frac{m_1}{m} (1 - \theta)$$

m: 投入指標數量； m_1 : 徑向距離投入指標數量

投入非徑向無效率值 (用於混合距離模型)

$$= \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m_2} s_i^{NR} / x_{io}^N$$

m: 投入指標數量； m_2 : 非徑向距離投入指標數量；NR 表示非徑向

产出無效率值

=產出徑向無效率值+產出非徑向無效率值

产出徑向无效率值（用於混合距離模型）

$$= \frac{s_1}{s} (\phi - 1)$$

s: 產出指標數量；s₁: 徑向距離產出指標數量

产出非徑向无效率值（用於混合距離模型）

$$= \frac{1}{s} \sum_{r=1}^{s_2} s_r^{NR+} / y_{ro}^{NR}$$

s: 產出指標數量；s₂: 非徑向距離產出指標數量；NR 表示非徑向

參比 DMU 及其系数

包括被評價 DMU 的參比 DMU 及其 λ 係數（括弧內為 λ 值）。在此參比 DMU 是指 λ 係數大於 0 的 DMU。

被其他 DMU 參比的次數

這個資訊對進一步評價有效的 DMU(效率值=1)有用。如果一個有效 DMU“被其他 DMU 參比的次數”為 0，就意味著它只是默認有效 (efficient in default)，並沒有其他 DMU 把它作為標杆。也就是說，該 DMU 投入和產出狀況處於比較特殊的情況，沒有其它 DMU 能夠與其進行參比。一個有效 DMU 被其他 DMU 參比的次數越多，說明該 DMU 作為標杆的意義越大。

$\Sigma\lambda$

λ 值之和，可用於判斷被評價 DMU 所處的規模收益狀態。

RTS 估計

參見 3.3.1.1.1 規模收益

原始值

投入（產出）指標的原始值。

徑向改進值

僅針對徑向和混合距離模型。它是投入（產出）指標的徑向改進值，表示各項投入等比例減少或各項產出等比例增加的數值。正數表示變化方向為增加，負數表示變化方向為減少。

鬆弛變量改進值

其絕對值等於線性規劃方程中 s^- (投入鬆弛變數)或 s^+ (產出鬆弛變數)。正數表示變化方向為增加，負數表示變化方向為減少。

投影值（目標值）

被評價 DMU 的投入和產出指標在前沿的投影值，也就是目標值。

對徑向模型，目標值=原始值+徑向改進值+鬆弛變數改進值

對 SBM 模型，目標值=原始值+鬆弛變數改進值

α , β 和 γ

DEA 模型規劃方程中 α , β 和 γ 變數的求解結果。

對偶價格（影子價格）

見 3.3.1.2.3 的對偶價格和敏感性分析

RHS 下限和 RHS 上限

見 3.3.1.2.3 的對偶價格和敏感性分析

3.3.1.2.2 Malmquist 模型的分析結果

我們用一個簡單的例子來解釋 Malmquist 模型的分析結果，假設有兩期，1 期(開始期)和 2 期(結束期)

請注意成本、收益、利潤和收益成本比 Malmquist 模型結果的名稱與一般的技術效率 Malmquist 模型是相同的。例如：在成本 Malmquist 模型的分析結果中 Malmquist 指

數還叫“Malmquist Index”，但實際上是成本 Malmquist 指數。

Efficiency(t)，当期效率值（用於相邻参比 Malmquist 模型）

Efficiency(t)是以本期作参比得出的效率值，例如，Efficiency(2)是用第 2 期作参比計算第 2 期的效率值。

Efficiency(t-1)，参比上期效率值（用於相邻参比 Malmquist 模型）

Efficiency(t-1)是以前一期作参比得出的效率值。例如，Efficiency(2-1)是以第 1 期作参比得出的第 2 期的效率值。

Efficiency(t+1)，参比下期效率值（用於相邻参比 Malmquist 模型）

Efficiency(t+1)是以下一期作参比得出的效率值。例如，Efficiency(1+1)是以第 2 期作参比得出的第 1 期的效率值。

Efficiency_Fixed (t)，固定参比效率值（用於固定参比 Malmquist 模型）

以固定的一期作参比計算的效率值。例如，如果参比期為 1 期，Efficiency_Fixed (2)就是以第 1 期作参比得出的第 2 期的效率值。

Efficiency_Global (t)，全局参比效率值（用於全局参比 Malmquist 模型）

以所有時期作為一個整體作参比計算的效率值。例如，如果 Efficiency_Global (2)是以 1 期和 2 期兩期作参比得出的第 2 期的效率值。

生产率变化（乘法）

Efficiency Change，效率值變化

$$\text{效率變化} = \frac{\text{結束期的当期效率值}}{\text{開始期的当期效率值}}$$

例如，從 1 期到 2 期效率值變化是：

$$\text{效率变化(1期到2期)} = \frac{\text{第2期的当期效率值}}{\text{第1期的当期效率值}}$$

Malmquist 指數

1) 相鄰參比

相鄰參比 Malmquist 指數

$$= \left[\frac{\text{結束期的參比上期效率值}}{\text{開始期的当期效率值}} \times \frac{\text{結束期的当期效率值}}{\text{開始期的參比下期效率值}} \right]^{\frac{1}{2}}$$

相鄰參比 Malmquist 指數(1 期到 2 期)

$$= \left[\frac{\text{以1期做參比計算的2期效率值}}{\text{以1期做參比計算的1期效率值}} \times \frac{\text{以2期做參比計算的2期效率值}}{\text{以2期做參比計算的1期效率值}} \right]^{\frac{1}{2}}$$

2) 固定參比

$$\text{固定參比Malmquist指數} = \frac{\text{結束期的固定參比效率值}}{\text{開始期的固定參比效率值}}$$

$$\text{固定參比Malmquist指數(1期到2期)} = \frac{\text{以固定參比計算的2期效率值}}{\text{以固定參比計算的1期效率值}}$$

3) 全域參比：

$$\text{全局參比Malmquist指數} = \frac{\text{結束期的全局參比效率值}}{\text{開始期的全局參比效率值}}$$

$$\text{全局參比Malmquist指數(1期到2期)} = \frac{\text{以全局參比計算的2期效率值}}{\text{以全局參比計算的1期效率值}}$$

Technological Change，技術變化

$$\text{技術變化} = \frac{\text{Malmquist指數}}{\text{效率值變化}}$$

注意：採用固定或全域參比計算的 Malmquist 指數、效率值變化和技術變化的環比是可累乘的。例如，

$$\text{Fixed MI (1 TO 2)} * \text{Fixed MI (2 TO 3)} = \text{Fixed MI (1 TO 3)}.$$

固定參比 Malmquist 指數(1 期到 2 期)*固定參比 Malmquist 指數(2 期到 3 期)=固定參比 Malmquist 指數(1 期到 3 期)

另外，採用全域參比的 Malmquist 模型不會出現無可行解的出現。

Malmquist 結果之間的關係

- 效率值變化(CRS)*技術變化(CRS)=Malmquist 指數(CRS)
- 效率值變化(VRS)*技術變化(VRS)=Malmquist 指數(VRS)
- Malmquist 指數(CRS)=Malmquist 指數(VRS)* SEMI (M 指數的規模效應)
- Malmquist 指數(CRS)=Malmquist 指數(VRS)* * SEEC (效率值變化的規模效應)

* SETC (技術變化的規模效應)

生产率变化（加減法）

Efficiency Change，效率值變化（加減法）

效率变化 = 结束期的当期效率值 – 开始期的当期效率值

例如，從 1 期到 2 期效率值變化是：

效率变化(1期到2期)=第2期的当期效率值 – 第1期的当期效率值

Malmquist 指數（加減法）

2) 相鄰參比

相鄰參比 Malmquist 指數 = $1/2 *$

[(结束期的参比上期效率值 – 开始期的当期效率值) +
(结束期的当期效率值 – 开始期的参比下期效率值)]

相鄰參比 Malmquist 指數(1 期到 2 期) = $1/2 *$

[(以1期做參比計算的2期效率值－以1期做參比計算的1期效率值)+
(以2期做參比計算的2期效率值－以2期做參比計算的1期效率值)]

2) 固定參比

固定參比Malmquist指數=結束期的固定參比效率值－開始期的固定參比效率值

固定參比Malmquist指數(1期到2期)=
以固定參比計算的2期效率值－以固定參比計算的1期效率值

3) 全域參比：

全局參比Malmquist指數=結束期的全局參比效率值－開始期的全局參比效率值

全局參比Malmquist指數(1期到2期)=
以全局參比計算的2期效率值－以全局參比計算的1期效率值

Technological Change，技術變化（加減法）

技術變化=Malmquist指數－效率值變化

注意：採用固定或全域參比計算的 Malmquist 指數、效率值變化和技術變化是可累加的。例如，

Fixed MI (1 TO 2) + Fixed MI (2 TO 3) = Fixed MI (1 TO 3).

固定參比 Malmquist 指數(1 期到 2 期) + 固定參比 Malmquist 指數(2 期到 3 期)=固
定參比 Malmquist 指數(1 期到 3 期)

另外，採用全域參比的 Malmquist 模型不會出現無可行解的情況。

Malmquist 結果之間的關係（加減法）

- 效率值變化(CRS) + 技術變化(CRS)=Malmquist 指數(CRS)
- 效率值變化(VRS) +技術變化(VRS)=Malmquist 指數(VRS)
- Malmquist 指數(CRS)=Malmquist 指數(VRS) + SEMI（M 指數的規模效應）
- Malmquist 指數(CRS)=Malmquist 指數(VRS) + SEEC（效率值變化的規模效應）
+ SETC（技術變化的規模效應）

也可參見 3.3.1.1.2 [規模收益](#)

3.3.1.2.3 网络 DEA 与动态 DEA 模型的结果

對於網路 DEA 模型，除了總體結果，還有單獨的表彙報各個節點的分析結果。

對於動態 DEA 模型，除了總體結果，還有單獨的表彙報每個時期的分析結果。

3.3.1.2.3 对偶价格（影子價格）与敏感性分析

投入(產出)的對偶價格(也被稱為影子價格，對偶值)是指如果等式右邊(RHS)的投入(產出)發生一個單位的變化，目標函數將發生的變化。注意對偶價格的符號表示目標函數的變化是增加還是減少。

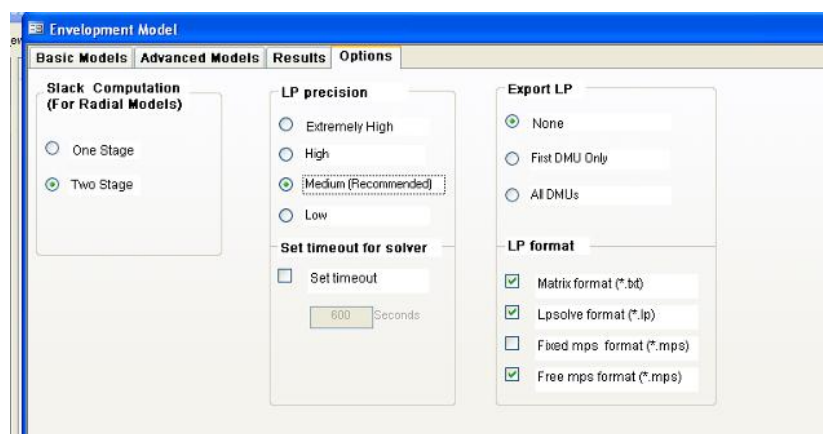
當 RHS 的上下限（Lower Bound 和 Upper Bound）表示 RHS 在這個範圍內變化時對偶價格保持不變。如果對偶價格和 RHS 的上限或下限不存在，則用無窮大或無窮小來表示¹。

對偶價格的絕對值對應對偶模型(乘數模型)中投入(產出)的權重值。注意乘數模型經常存在多個最優解，所以從包絡模型獲得的對偶價格，其絕對值可能不等於從乘數模型獲得的權重值。

注意：在 DEA 模型中，對偶價格的敏感性分析不能看作是投入(產出)權重對於投入(產出)數值的敏感性分析。

3.3.1.3 选项

“Options”選項卡中是關於 DEA 模型的一些相關選項，如下圖 3-6：



¹ 1E+30 表示無窮大，-1E+30 表示無窮小。

圖 3-6 包絡模型的選項

線性规划求解的精度

設置線性規劃求解過程中的精度要求。一般情況下，不需要改變這個選項，設置為 **Medium**(中)即可。在得出的效率值為 0，而且所有鬆馳變數也為 0 的不合理情形下，可以試著改變精度設置，嘗試在更高或更低的精度下重新求解模型。

注：一種解決投入（產出）資料中包含 0 的方法是用一個很小的正數替換資料中的 0，如 0.01，如果用太小的正數替換 0，如 0.00000001，同時其他的投入（產出）資料是相對很大的數，例如 1,000,000 或更大，在求解精度設置為“中”的情況下，會導致規劃方程求解失敗而無法得到結果，結果中出現提示“規劃方程計算失敗(LP numerical failure)”或“規劃方程無解(LP infeasible)”的問題。為避免這種情況出現，你可以 1)用不是太小的數值替換 0，2)將規劃求解精度設置為高或極高。

保留小数位数

設置輸出結果保留的小數位數。

採用兩阶段方法計算松驰变量

在徑向模型中，通過設置這個選項卡來決定是否採用兩階段的方法計算計算鬆馳變數。

以 CCR 模型為例，

採用以下兩階段的方法來求解鬆弛變數：

兩階段的目標函數為

$$\min \theta - \varepsilon(es^- + es^+),$$

在第一階段的目標函數為 $\min \theta$ ，

在第動階段的目標函數為 $\max es^- + es^+$ ，

如果不設置“採用兩階段的方法”，則 MaxDEA 只運行第一階段的模型。

无最优解

如果無最優解，可以選擇在這種情況下是否將效率值設置為 1。無解的情況常見於超效率、Malmquist、自訂參比（包括可變參比和固定參比）等模型中。

注：無最優解的原因包括：無解，無邊界，退化或計算失敗。

输出线性规划方程

輸出的線性規劃方程包括三種格式：矩陣格式(*.txt)，mps 格式(*.mps)和 lp 格式(*.lp)。這些規劃方程有助於使用者使用一般規劃軟體（例如 Lingo）來編寫自訂的 DEA 模型。

可以只輸出第一個 DMU 的規劃方程，也可以輸出所有 DMU 的規劃方程，也可以關閉輸出規劃方程的功能（不輸出規劃方程）。除了 DEA 模型的線性規劃方程，在輸出的矩陣格式的檔中還包括了目標函數值和所有變數的求解結果。（詳見 MaxDEA Linear Programming Manual）

设置求解时间限制

設置線性規劃方程求解最長時間。當求解時間超過了設置的時間限制還沒有獲得最優解時，求解會自動終止。

3.3.2 乘數模型

3.3.2.1 模型選項

3.3.2.1.1 基礎選項

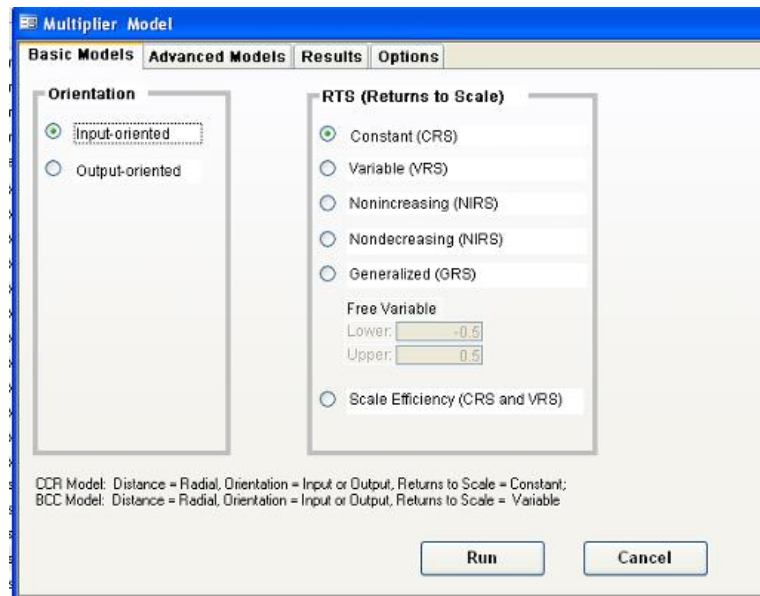


圖 3-7(A) 乘數模型的基礎選項

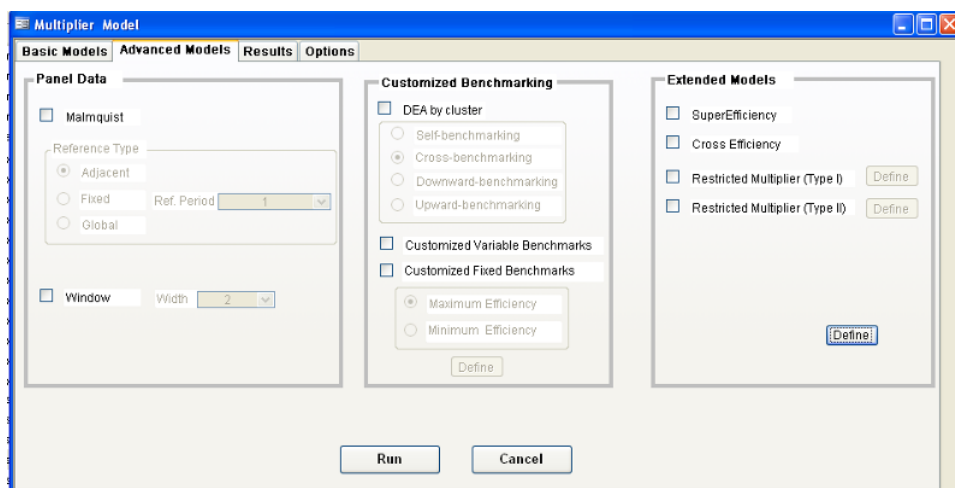


圖 3-7(B) 乘數模型的擴展選項

乘數模型的選項也包括基本選項(導向和即規模收益)和擴展選項兩部分，但比包絡模型要簡單。

乘數模型有兩種導向可選：投入導向和產出導向。規模收益與包絡模型相似，只是GRS的自訂選項有所不同。

3.3.2.1.2 擴展選項

交叉效率 (Cross Efficiency)

在交叉效率模型中，除了計算各 DMU 的常規效率值外，還計算其平均交叉效率值。如果 DMU 數量不超過 252 個，在結果中還會出現交叉效率的矩陣表。

注：乘數模型經常出現存在多個最優解的情況，從而使交叉效率值不唯一，採用“兩階段”方法能有效解決這一問題。(參見 3.3.2.3)

保證區間模型 (Assurance Region)

見“權重約束模型”

權衡各項投入產出的相對重要程度 (體現決策者的偏好)

見“權重約束模型”

參考文獻如下：

Podinovski VV. Production trade-offs and weight restrictions in data envelopment analysis. J Oper Res Soc. 2004; 55(12): 1311-22

權重約束模型 (Restricted Multiplier)

在 MaxDEA 軟體中有兩種權重約束模型，I 型和 II 型。權重約束模型是對各項投入（產出）的權重之比進行約束。在一些文獻中也稱為保證區間模型(Assurance Region model)。

I 型的權重約束模型是對各項投入（產出）權重的比進行約束，如下：

$$L_1 \leq \frac{\mu_2}{\mu_1} \leq U_1$$

$$L_2 \leq \frac{\mu_3}{\mu_1} \leq U_2$$

而 II 型權重約束模型是對各項虛擬投入（產出）占所有虛擬投入（產出）之和的比例進行約束，例如，假設有兩個投入和產出，可以對其虛擬值的比例作如下約束：

$$0.1 \leq \frac{v_1 x_1}{v_1 x_1 + v_2 x_2} \leq 0.3 ,$$

$$0.1 \leq \frac{\mu_1 y_1}{\mu_1 y_1 + \mu_2 y_2} \leq 0.3,$$

$$0.5 \leq \frac{\mu_2 y_2}{\mu_1 y_1 + \mu_2 y_2} \leq 0.8.$$

請注意：在 II 型權重約束模型中，(1)各權重約束的下限之和必須小於等於 1，(2) 如果所有投入（產出）的權重都進行了約束，則投入（產出）的各項權重約束的上限之和必須大於或等於 1，在上面的例子中對 2 項產出的權重都進行了約束。

運行權重約束模型，需要點擊右側的“定義”按鈕設置約束條件。

如果你想去除一個約束條件，(1)按一下左側的箭頭，(2)使用鍵盤的“刪除”鍵或用工具列中“刪除記錄”按鈕來刪除該項約束。也可以不進行刪除，而是通過“Active”核取方塊來決定一項約束是否生效（圖 3-7-C）。

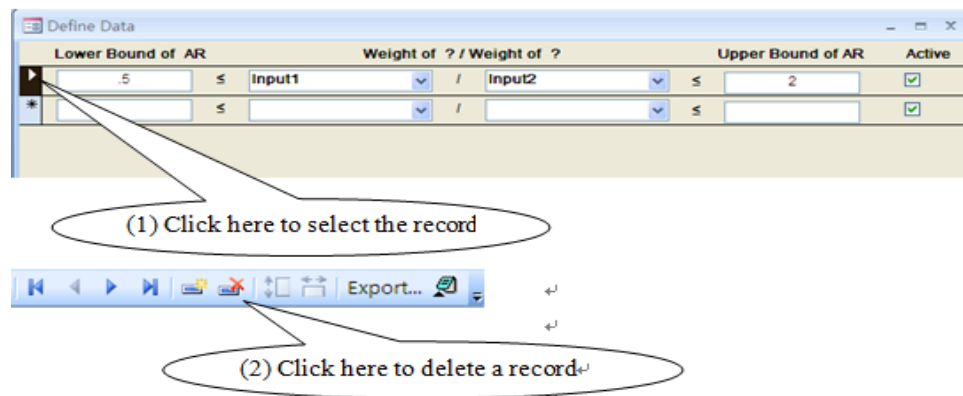


圖 3-7-C 權重約束模型的約束項

可變參比模型

見“自訂參比模型”

固定參比模型

見“自訂參比模型”

效率值最小化

見“自訂參比模型”

自定義參比模型

在自訂參比模型中，可以自由設定被評價 DMU 的參比 DMU 集合。以投入導向的

CCR 模型為例，

$$\max \theta = \mu' y_0$$

$$st \quad v' x_0 = 1$$

$$\mu' Y^r - v' X^r \leq 0$$

$$\mu, v \geq 0 \text{ (or } \mu, v \geq \varepsilon)$$

紅色上標表示被評價 DMU 的參比 DMU。

上面這個模型也被稱為可變參比模型(Zhu J, 2009)，在實際求解結果中，參比 DMU 集合中的每個 DMU 都可以是參比 DMU（係數 $\lambda > 0$ ），也可以不是參比 DMU（係數 $\lambda = 0$ ）。

固定參比模型是把一個或幾個 DMU 設置為被評價 DMU 的固定參比物件(Zhu J, 2009)，也以投入導向的 CCR 模型為例：

$$\max \theta = \mu' y_0$$

$$st \quad v' x_0 = 1$$

$$\mu' Y^f - v' X^f = 0$$

$$\mu' Y^n - v' X^n \leq 0$$

$$\mu, v \geq 0 \text{ (or } \mu, v \geq \varepsilon)$$

f 表示固定參比 DMU，n 表示非固定(可變)參比 DMU。

如果將固定參比模型的目標函數由

$$\max \theta = \mu' y_0 ,$$

改為

$$\min \theta = \mu' y_0 ,$$

效率最大化的固定參比模型就變成了效率最小化的固定參比模型 (Zhu J, 2009)，在產出導向模型中也可以做類似轉換。

可變參比的選項可以應用于包絡模型和乘數模型的所有組合，固定參比的選項可以應用於乘數模型的所有組合。

使用可變自訂參比 DMU 模型，打開功能表“運行乘數模型”，選中“自訂參比模型”

運行固定參比模型，首先選擇“固定參比”選項，並確定是效率值最大化還是最小化，然後點擊“定義”按鈕進行相關設置，在這裡也可以同時設置固定和非固定參比 DMU。

注意：如果固定參比 DMU 設置不當，會出現模型無解的情況。

3.3.2.2 分析結果

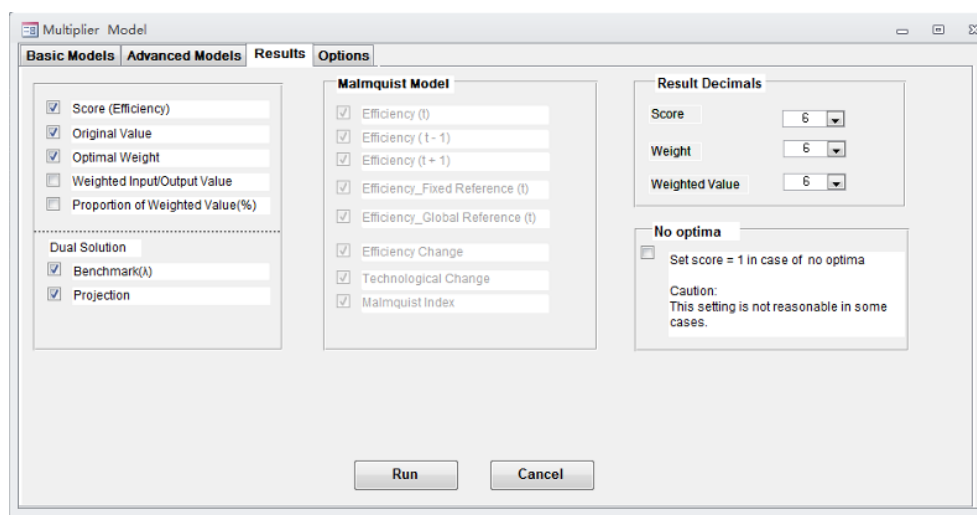


圖 3-8 乘數模型的分析結果

乘數模型的分析結果比包絡模型簡單，因此這裡不再詳細解釋。

系数的下限和上限

參見目標函數的敏感性分析

目标函数的敏感性分析

目標函數的敏感性分析提供的是在不引起決策變數（即投入產出的權重）最優解變化的條件下，目標函數中各變數係數的變化範圍。

注意：在 DEA 模型中，目標函數的敏感性分析不能看作是投入(產出)權重對於投入(產出)數值的敏感性分析。

对偶解

參比 DMU 及其係數 (λ) 和投影值(目標值)

3.3.2.3 其他选项

這部分與包絡模型的選項相似。所不同的是“權重計算方法”代替了“鬆馳變數計算方法”，另外還增加了 ϵ 選項。

採用兩階段方法計算權重

在兩階段方法中，在第二階段將採用使其它 DMU 的效率值最大化或最小化的方法來重新計算投入（產出）的權重。兩階段方法在計算交叉效率時尤其有用，因為在乘數模型中經常出現存在多個最優解的情況。

ϵ 值

ϵ 被默認設置為 0，注意如果 ϵ 設置不當，會造成無解的情況。

設置求解時間限制

設置線性規劃方程求解最長時間。當求解時間超過了設置的時間限制還沒有獲得最優解時，求解會自動終止。

3.4 导出分析结果

菜單：結果-查看結果/匯出結果至 Excel

匯出結果至 Excel

在模型運算完畢後，分析結果將自動顯示，可以隨時查看結果或者將結果匯出至 Excel。

將所有分析結果複製到剪貼板中

點擊分析結果視窗的左上角，或者使用複合鍵“Ctrl + A”可選取所有運算結果，同時使用複合鍵“Ctrl + C”和“Ctrl + V”對運算結果進行複製與粘貼，當然也可以使用軟體工具列中對應功能的按鈕。

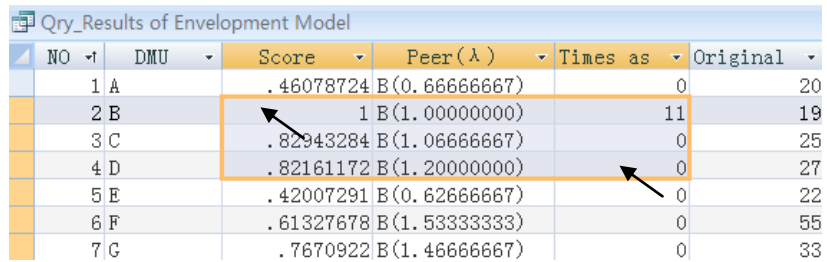
Qry_Results of Envelopment Model				
NO	DMU	Score	Peer(λ)	Times as
1	A	.46078724	B(0.66666667)	0
2	B		1 B(1.00000000)	11
3	C	.82943284	B(1.06666667)	0
4	D	.82161172	B(1.20000000)	0
5	E	.42007291	B(0.62666667)	0
6	F	.61327678	B(1.53333333)	0
7	G	.7670922	B(1.46666667)	0
8	H	.53470841	B(1.01333333)	0
9	I	.62631417	B(1.26666667)	0
10	J	.66831228	B(1.66666667)	0
11	K	.56563812	B(1.73333333)	0
12	L	.69489225	B(1.66666667)	0

圖 3-9 複製所有的運算結果到剪貼板中

复制部分分析结果到剪贴板中

選擇一列資料：點擊列的標題，該列將被選取。

自訂區域資料的選取：點擊要選擇區域的左上角，按住“Shift”然後點擊要選擇區域的右下角，該區域被選定。

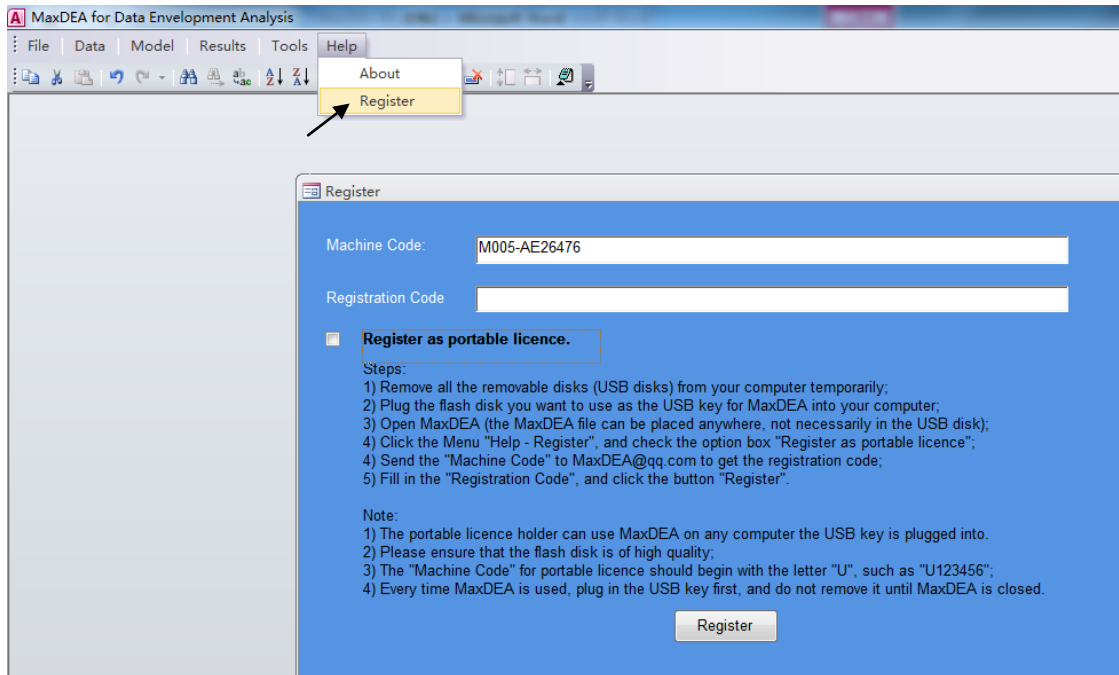


NO	DMU	Score	Peer(λ)	Times as	Original
1	A	.46078724	E(0.66666667)	0	20
2	B	1	E(1.00000000)	11	19
3	C	.82943284	E(1.06666667)	0	25
4	D	.82161172	E(1.20000000)	0	27
5	E	.42007291	E(0.62666667)	0	22
6	F	.61327678	E(1.53333333)	0	55
7	G	.7670922	E(1.46666667)	0	33

表 3-10 將部分分析結果複製到剪貼板中

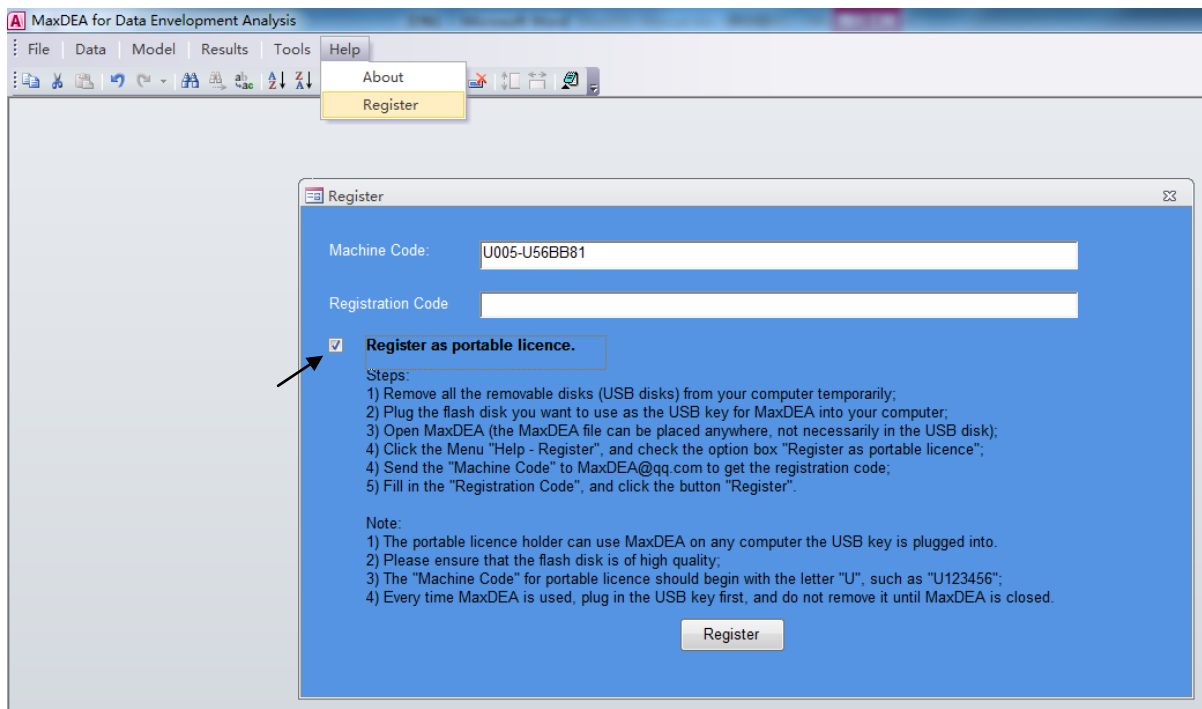
第四章 軟體註冊

MaxDEA Basic 可以在 <http://www.MaxDEA.cn> 網站免費下載。基礎版可以分析超過 200 個 DEA 基礎模型的組合，並且 DMU 數量沒有限制。MaxDEA Basic 在完成註冊後自動升級為 MaxDEA Pro。



註冊步驟(單機註冊)

- 1) 從 www.maxdea.cn 網站上下載 MaxDEA Basic；
- 2) 運行 MaxDEA Basic，點擊功能表“說明”-“註冊”，然後複製“機器碼（Machine Code）”；
- 3) 登錄註冊網站購買 MaxDEA Pro，注意將“Machine code”填寫在購買過程中顯示的“機器碼”一欄內（需要發票在此過程中注明）；
- 4) 軟體註冊碼將在 5 天內（一般 1 天內）發送至指定的電子郵件；
- 5) 將得到的“註冊碼（Registration Code）”填入註冊頁面，點擊“註冊”按鈕完成註冊。



註冊步驟(U 盤註冊)

U 盤註冊過程與單機註冊過程相似，區別在於在獲取註冊碼和註冊時要先插入用做金鑰的 U 盤，並注意在“U 盤註冊（Register as portable licence）”選項上打勾。

注意：

- 1) 註冊 U 盤後，可以在任何一台電腦上使用 MaxDEA 軟體。
- 2) 作為密匙的 U 盤由用戶自備，請務必確保 U 盤的品質。注意 U 盤註冊時“機器碼（Machine Code）”是以"U"字母開頭的，例如"UA50-123456"。
- 3) 在每次使用 MaxDEA 之前，請先插入註冊的 U 盤，在使用完畢前不要拔出 U 盤。
- 4) 註冊不會對 U 盤的使用造成任何影響（不影響 U 盤上原有資料）。

MaxDEAPro 永久免費更新。例如，MaxDEA Pro 5.0 可以免費升級到 6.0 和更高版本。

MaxDEA 軟體的升級非常簡單，從 www.MaxDEA.cn 網站下載新的 MaxDEA Basic，然後使用原來的註冊碼進行註冊即可。

有任何問題，請與 MaxDEA@qq.com 聯繫。軟體主頁：<http://www.MaxDEA.cn>

第五章 常見問題

1. 為什麼在下載的壓縮檔中沒有找到“安裝（setup）”檔？

MaxDEA 軟體無需安裝，只需要打開以 mdb 為尾碼的檔即可運行 MaxDEA（例如 MaxDEA 4.mdb）。MaxDEA.mdb 是程式運行所需的唯一檔，軟體程式和 DEA 模型的所有相關資料均被整合在這個檔中，並且是永久保存，關閉和重新打開檔都不會使之發生變化，也就是說只要備份 MaxDEA.mdb 檔就等於備份了程式和建立的 DEA 模型。可以隨意重新命名或複製這個檔，並可以同時打開和運行多個這樣的檔，例如 MaxDEA-CCR.mdb，MaxDEA-BCC.mdb，每個檔代表一個 DEA 模型。

2. 為什麼無法打開 MaxDEA 的運行檔（以 mdb 為尾碼的檔）？

MaxDEA 是採用 Access VBA 開發，運行 MaxDEA 需要電腦上安裝 Microsoft Access。如果檔 MaxDEA.mdb 無法打開，說明電腦中沒有安裝 Microsoft Office Access，需要先安裝 Access 2003，2007，or 2010（專業版或執行階段版本均可）。

Access 2010 執行階段版本（Runtime）可以在微軟官網免費下載：

<http://www.microsoft.com/downloads/details.aspx?FamilyID=57A350CD-5250-4DF6-BFD1-6CED700A6715&：displaylang=fr&displaylang=en>

Access 2007 執行階段版本可以在微軟官網免費下載：

<http://www.microsoft.com/downloads/details.aspx?familyid=D9AE78D9-9DC6-4B38-9FA6-2C745A175AED&displaylang=en>

3. MaxDEA 軟體在註冊之後是否可以在多台電腦上運行？

MaxDEA 軟體有兩種註冊方式：

一是單機註冊，MaxDEA 只能在註冊的電腦上運行。註冊許可不會因為重裝系統、格式化硬碟甚至更換新硬碟受到影響。

二是 U 盤註冊，使用一個 U 盤作為 MaxDEA 的密匙盤，將註冊後的 U 盤插入任何一台電腦均可運行 MaxDEA 軟體。注意，U 盤由用戶自備。

4. 在重裝 Windows 系統後，註冊碼是否仍然有效？

註冊許可不會因為重裝系統、格式化硬碟甚至更換新硬碟受到影響。

5. 如果註冊 MaxDEA 的電腦報廢了，是否可以為另外一台電腦獲得一個新的註冊碼？

採用單機版註冊的用戶，一旦註冊的電腦報廢了（註冊許可不會因為重裝系統、格式化硬碟甚至更換新硬碟受到影響），可以為新電腦免費申請一個註冊碼（限一次）。。

6. 如果 MaxDEA 密匙 U 盤損壞了，是否可以為新的密匙 U 盤重新申請一個新的註冊碼？

如果註冊的 U 盤損壞，可以免費獲得新 U 盤的註冊碼。

7. 如何升級 MaxDEA 軟體？升級是否免費？

MaxDEAPro 永久免費更新。例如，MaxDEA Pro 5.0 可以免費升級到 6.0 和更高版本（限一次）。

MaxDEA 軟體的升級非常簡單，從 www.MaxDEA.cn 網站下載新的 MaxDEA Basic，然後使用原來的註冊碼進行註冊即可。

8. 在註冊 MaxDEA 軟體之後，是否可以得到技術上的支持？

MaxDEA 軟體的技術支援是通過郵件的方式來實現的，是完全免費的。一旦有關於 MaxDEA 軟體的任何問題，請發送郵件至 MaxDEA@qq.com。

9. 如何通過 MaxDEA 軟體備份自己的 DEA 模型？

MaxDEA.mdb 是程式運行所需的唯一檔，軟體程式和 DEA 模型的所有相關資料均被整合在這個檔中，並且是永久保存，關閉和重新打開檔都不會使之發生變化，也就是說只要備份 MaxDEA.mdb 檔就等於備份了程式和建立的 DEA 模型。可以隨意重新命名或複製這個檔，並可以同時打開和運行多個這樣的檔，例如 MaxDEA-CCR.mdb，MaxDEA-BCC.mdb，每個檔代表一個 DEA 模型。。

10. 為什麼當重新打開 MaxDEA 軟體的時候，資料和模型選項會丟失？

如果是在 MaxDEA 軟體壓縮包裡直接打開 MaxDEA，資料將在軟體關閉後丟失，因此強烈建議先將 MaxDEA.zip 進行解壓縮後再運行軟體。

11. MaxDEA 軟體是否可以同時運行多個模型？如果可以，如何實現？

MaxDEA.mdb 是程式運行所需的唯一檔，軟體程式和 DEA 模型的所有相關資料均被整合在這個檔中，並且是永久保存，關閉和重新打開檔都不會使之發生變化，也就是說只要備份 MaxDEA.mdb 檔就等於備份了程式和建立的 DEA 模型。可以隨意重新命名或複製這個檔，並可以同時打開和運行多個這樣的檔，例如 MaxDEA-CCR.mdb，MaxDEA-BCC.mdb，每個檔代表一個 DEA 模型。

12. 如何在 MaxDEA 軟體處理模型投入產出指標中為 0 的數值？

根據已有的文獻，處理資料數值為 0 的方法有很多種。最簡便的方法是用一個例如 0.01 這樣較小的正數來替代 0。需要注意的是，過小的正數容易造成線性規劃求解過程的計算問題。假設一個 DMU 中的一項投入（input）數值為 100000000，而另一個 DMU

的對應投入（input）數值為 0，如果用 0.0000001 來代替這個 0 的話，將導致線性規劃計算失敗的錯誤。

13. MaxDEA 軟體可以處理的 DMU 數量的上限是多少？

理論上 MaxDEA 軟體可以處理的 DMU 數量是不受限制的，我們已經試驗過一個具有 20000 個 DMU 的資料。請注意，隨著 DMU 數量的增加，計算消耗的時間也顯著增長。

14. 為什麼 MaxDEA 出現“投入（input）的資料必須為數值型（Inputs must be numeric）”對話方塊，然後終止運行？

請先檢查一下所用資料，有可能在資料中存在空格，從而被認為是字元型資料，這種情況經常出現在從 pdf 檔中拷貝的資料中。

15. 為什麼當從 Excel 導入資料時，MaxDEA 出現“在所有記錄中未發現搜索關鍵字（The search key was not found in any record）”的對話方塊，然後終止運行？

在 Excel 表格的第一列表示的是該列的名稱，不允許在名稱的左側包含空格。例如，列的名稱中出現“ Input1”將會產生錯誤，但是如果空格是在中間或者是右邊（“Input1 ” 或是“Input 1”）是可以的，但也應儘量避免這種情況。

從資料中刪除這些空格，或是在 Excel 資料中進行相應處理後再導入 MaxDEA 軟體。同樣的問題也會出現在列的名稱重複的時候，因此要確保每一列名稱的唯一性。

16. 資料中有 20 個投入產出項，為什麼在“定義資料”選項（Define Data）中只顯示前 9 個？

對於任何表格，如果資料顯示的不完整，請滾動滑鼠或者是點擊右側的捲軸來顯示其他的資料。

第六章：参考文献

MaxDEA is developed on the basis of the following (but not confined to the following) books on Data Envelopment Analysis.

Cooper W W, Seiford L M and Zhu J. Handbook on Data Envelopment Analysis, Springer (Kluwer Academic Publishers), Boston, 2004

Cooper W W , Seiford L M , Tone K. Data Envelopment Analysis: A Comprehensive Text with Models, Applications, References and DEA-Solver Software. New York: Springer Science+Business Media, LLC, 2007

Zhu J. Quantitative Models for Performance Evaluation and Benchmarking: DEA with Spreadsheets, 2nd Edition, Springer, Boston, 2009