

MaxDEA Pro 使用手册

5.2 版本

软件设计 手册英文撰写

成 刚 北京大学

钱振华 北京科技大学

手册翻译（以姓名拼音为序）

胡晓添 南京大学

龙兴乐 忠南国立大学（韩国）

徐 敏 石河子大学

钟柳平 延边大学

统稿 徐 敏 审校 成 刚

2011 年 6 月

软件主页: <http://www.MaxDEA.cn>

电子邮箱: MaxDEA@qq.com

目录

第一章: MaxDEA 的主要特点	1
1.1 主要特点.....	1
1.2 MaxDEA 中的模型	1
1.3 软件更新.....	3
1.4 MaxDEA 各版本比较.....	8
第二章: 系统要求	9
第三章: 使用指南	10
3.1 数据导入.....	10
3.1.1 数据格式.....	10
3.1.2 DMU Name.....	10
3.1.3 面板数据.....	11
3.1.4 群组数据.....	12
3.2 数据定义.....	14
3.3 设置和运行模型.....	14
3.3.1 包络模型.....	15
3.3.1.1 模型设置.....	15
3.3.1.1.1 基础选项.....	15
距离函数.....	15
导向.....	19
规模收益 (RTS).....	23
3.3.1.1.2 扩展选项.....	25
超效率(Super-efficiency)	25

Malmquist 模型	25
成本 Malmquist 模型	27
收益 Malmquist 模型	27
利润 Malmquist 模型	27
收益成本比 Malmquist 模型	28
窗口模型 (Window)	28
不可控投入 (产出) 模型 (Nondiscretionary Inputs/outputs)	28
特定测量模型 (Measure specific)	28
不可控投入 (产出) 模型.....	28
边界投入 (产出) 模型 (Bounded Inputs/outputs)	29
非期望产出模型 (Undesirable Outputs)	29
好产出与坏产出不可分离的模型.....	30
弱可处置性模型 (Weak Disposability)	31
偏好 (加权) 模型 (Preference, weighted)	31
成本, 收益, 利润与收益/成本比模型	32
可变参比决策模型.....	32
自定义参比.....	32
网络 DEA 模型	33
动态 DEA 模型	36
群组模型.....	38
3.3.1.2 分析结果.....	41
3.3.1.2.1 一般结果.....	42
3.3.1.2.2 Malmquist 模型的分析结果	45
3.3.1.2.3 网络 DEA 与动态 DEA 模型的结果	49
3.3.1.2.3 对偶价格 (影子价格) 与敏感性分析.....	49
3.3.1.3 选项.....	49
线性规划求解的精度.....	50
保留小数位数.....	50

采用两阶段方法计算松弛变量.....	50
无最优解.....	50
输出线性规划方程.....	51
设置求解时间限制.....	51
3.3.2 乘数模型.....	51
3.3.2.1 模型选项.....	51
3.3.2.1.1 基础选项.....	51
3.3.2.1.2 扩展选项.....	52
3.3.2.2 分析结果.....	56
3.3.2.3 其他选项.....	56
采用两阶段方法计算权重.....	57
ϵ 值.....	57
设置求解时间限制.....	57
3.4 导出分析结果.....	57
导出结果至 Excel	57
将所有分析结果复制到剪贴板中.....	57
复制部分分析结果到剪贴板中.....	57
第四章 软件注册	59
第五章 常见问题	61
第六章：参考文献	64

第一章: MaxDEA 的主要特点

1.1 主要特点

MaxDEA 是使用简便但功能强大的数据包络分析软件:

- ✧ 包含了各种 DEA 模型及其所有可能的组合 (组合数量超过了 3 万个)。
- ✧ 对决策单元 (DMU) 和投入产出指标的数量没有限制。
- ✧ 可以导出 DEA 的线性规划方程, 包括 3 种格式: 矩阵形式 (*.txt), lp 格式 (*.lp) 和 mps 格式 (*.mps), 其中 mps 格式是大部分规划软件 (例如 Lingo) 支持的格式, 可以直接打开、编辑、求解。
- ✧ 专业版有两种注册方式: 单机注册和 U 盘注册。采用 U 盘注册可以在任何计算机上使用 MaxDEA (详见第四章 软件注册)。
- ✧ 软件永久免费升级。
- ✧ 使用简便。MaxDEA 无需安装, 界面友好。
 - MaxDEA 是一款绿色软件. 无需安装 (详见第二章 系统要求)。
 - 软件和模型备份非常简单。软件程序和 DEA 模型的所有相关数据均被整合在一个 Access 文件中 (.mdb 文件, 这是软件运行所需要的唯一文件), 并且是永久保存, 关闭和重新打开文件都不会使之发生变化, 也就是说只要备份 MaxDEA.mdb 文件就等于备份了程序和建立的 DEA 模型。
 - MaxDEA 使用标准的数据格式, 无需通过特殊的字段命名或数据排列来指定哪是投入和产出指标。
 - 可以同时运行多个模型。 因为 MaxDEA.mdb 是程序运行所需的唯一文件, 可以随意重新命名或复制这个文件, 并可以同时打开和运行多个这样的文件, 例如 MaxDEA-CCR.mdb, MaxDEA-BCC.mdb, 每个文件代表一个 DEA 模型。

1.2 MaxDEA 中的模型

MaxDEA 包含各类 DEA 模型及其所有可能的组合。

- 1) 径向、非径向(SBM)和混合(径向和非径向的混合)模型

- 2) 超效率模型(Super-efficiency)
- 3) Malmquist 模型(三种参比类型: 相邻, 固定和全局)
- 4) 窗口模型 (Window)
- 5) 方向距离函数模型(Directional distance function)
- 6) 群组模型(Cluster)
- 7) 投入 (产出) 不可控模型(Nondiscretionary / Non-controllable /

Measure-specific)

- 8) 设置投入 (产出) 边界模型(Bounded)
- 9) 非期望产出模型 (Undesirable outputs)
- 10) 投入 (产出) 偏好 (权重) 模型 (Preference or weighted)
- 11) 投入产出弱处置模型(Weak disposability)
- 12) FDH 模型
- 13) 权重约束模型(Restricted multiplier, Assurance region, 权衡各投入产出的相对重要程度)
- 14) 自定义参比模型 (包括非固定参比模型、固定参比模型和效率值最小化模型)
- 15) 在乘数模型中, “两阶段”法用于计算投入 (产出) 权重。这在交叉效率的计算中更加有用, 因为乘数模型中通常存在多个最优解。
- 16) 交叉效率模型 (Cross efficiency)
- 17) 网络 DEA 模型(Network DEA), 你可以用 MaxDEA 设计和分析网络 DEA 模型及其与其他包络模型的组合模型)
- 18) 动态模型 (Dynamic model)
- 19) 上述模型的所有可能的组合
(详见 [3.3.1.1](#), [3.3.2.1](#))

MaxDEA 提供了被评价 DMU 的很多有用信息, 包括

- 1) 技术效率及其构成

- 2) 规模效率
 - 3) 超效率
 - 4) 成本效率
 - 5) 收益效率
 - 6) 利润效率
 - 7) 收益/成本比效率
 - 8) 投入和产出的改进目标值
 - 9) 规模收益状况
 - 10) 某个 DMU 被其他 DMU 参比的次数
 - 11) Malmquist 生产率指数
 - 12) 效率变化
 - 13) 技术变化
 - 14) 交叉效率
 - 15) 配置效率=成本(或收益、利润) 效率/技术效率
 - 16) 对偶解及敏感性分析。
- (详见 [3.3.1.2](#) and [3.3.2.2](#))

1.3 软件更新

MaxDEA 5.2 新增内容

- ✧ Malmquist模型中生产率变化的计算方法有两种可选：传统的乘除法计算的是生产率的相对变化；而新增加的加减法计算的是生产率变化的绝对值。

MaxDEA 5.1 新增内容

- ✧ 支持含有负值的投入和产出指标。

5.0 版本新增内容

- ✧ 完全支持方向距离函数模型。MaxDEA 5.0 提供了计算[方向距离函数模型](#)效率值的统一方法。方向距离函数模型是对径向模型的推广。
- ✧ [Malmquist 模型](#)的三种参比类型：相邻、固定和全局。Malmquist 指数的两种新的参比类型（固定和全局）都是可环比累乘的。另外，全局 Malmquist 模型不会出现无解的问题。
- ✧ 对偶解和敏感性分析，包括包络模型的[对偶价格\(影子价格\)及其敏感性分析](#)，乘数模型的参比 DMU 的系数（lambda）和投影值，以及[目标函数的敏感性分析](#)。
- ✧ 界面更为友好。[成本/收益/利润](#)和 [FDH](#) 模型从扩展模型移到了基础模型。基础模型的组合数数量超过了 200 个。

4.4 版本新增内容

- ✧ MaxDEA 使用由 Maniadakis 和 Thanassoulis 提出的方法来计算[成本 Malmquist 模型](#)，并用同样的方法来计算[收益，利润和收益成本比 Malmquist 指数](#)。
- ✧ 选项“ $\alpha = \beta$ ”被添加到径向投入产出双向（non-oriented）模型中。

4.3 版本新增内容

- ✧ [规模效率值](#)从其他值中分离出来。为了避免对 Malmquist 模型中规模效率值和规模效应的误解，规模效率值被单独列出来。规模效率值的呈现由“结果”选项移到了“基础模型”的“RTS”选项（RTS 的最后一项）。
- ✧ [Malmquist 模型](#)中的[规模效应](#)被分解成了两部分：一部分是规模效应对效率变化的影响，另一部分是规模效应对技术变化的影响。

4.2 版本新增内容

- ✧ [在非期望产出模型](#)中增加了好产出和坏产出不可分离情况的选项。

- ✧ [非期望产出模型](#)可以和弱可处置性模型组合。
- ✧ [不可控](#)和[边界](#)模型可以和和弱可处置性模型组合。

4.1 版本新增内容

- ✧ [U 盘注册](#)。这种注册方法将 U 盘作为密钥。注册者可以在插入该 U 盘后的任何电脑中使用 MaxDEA。这种注册方法具有极大的灵活性。
- ✧ 增加了两种新的 [线性规划方程格式](#): 一种是 mps 格式，这是一种大多数规划软件都支持的格式；另外一种是 lp 格式，这种格式类似数学方程，可读性强。
- ✧ 在导出的线性规划方程中对变量（列）和约束（行）根据它们的含义进行命名。
- ✧ 当输出结果的列数超过 255 列时（MS Access 最多支持 255 列），结果将以逗号分隔的文本文件 (*.csv) 格式输出，而超过 255 列的 csv 文件能被文本编辑器、统计软件或者 Excel2007 或更高版本的 Excel 打开。
- ✧ 漏洞修复或功能改进的模型: 1) 超效率收益/利润/收益成本比模型； 2) 包含不可控或者边界投入（产出，中间值）的成本/收益/利润/收益成本比网络 DEA 模型； 和 3) 规模收益可变的超效率网络 DEA 模型。

4.0 版本新增内容

- ✧ 模型的方向从 3 种扩展到 8 种。.
- ✧ [DEA 模型的线性规划方程](#) 可以被导出到文本文件。(详见 *MaxDEA 线性规划手册*)
- ✧ 增加 [动态模型](#)(Dynamic)。.
- ✧ 使用界面得到改善。

3.2 版本新增内容

- ✧ [不可控](#) 和 [边界](#) 选项可以被用在网络 DEA 模型的间接投入（产出）（中间值）中。

✧ 在成本/收益/利润/收益成本比模型中，不可控和边界投入（产出）的价格是可选的。

✧ “利润比”模型被重新命名为“[收益/成本比](#)”模型。

3.1 版本新增内容

✧ [群组模型](#) 被重新设置如下：群内参比模型，群间交叉参比模型，群间向下参比模型和群间向上参比模型。

✧ 解决了径向距离和混合距离网络 DEA 模型中的漏洞。

3.0 版本新增内容

✧ 运行程序所需唯一的文件是 MaxDEA.mdb ，这使得运行和备份 DEA 模型都更加方便。

✧ 使用界面得到改善。

✧ 增加了[群组模型](#)。群组模型用于当 DMU 根据某种特征分为多个类别（或群组）时，包括四类群组模型：群内参比模型，群间交叉参比模型，群间向下参比模型和群间向上参比模型。

✧ 增加了[窗口模型](#)。支持平衡和非平衡面板数据。

早期版本更新内容

✧ MaxDEA 2.7 增加 [交叉效率](#) 模型。

✧ MaxDEA 2.6 增加“[两阶段](#)”方法用于乘数模型中投入（产出）权重的计算。

✧ MaxDEA 2.5 增加[网络 DEA](#) 。

✧ MaxDEA 2.4 增加 [自定义参比模型](#) (包括 [非固定](#)参比 和 [固定](#)参比)。

✧ MaxDEA 2.3 增加处理[非期望产出](#)的[方向距离函数](#)模型。

✧ MaxDEA 2.2 增加 乘数形式的 [Malmquist](#) 模型。

✧ MaxDEA 2.0 增加 [成本，收益，利润和收益/成本比模型](#)和[非期望产出](#)

[模型](#)。

✧ MyDEA 1.0 (从 2.0 开始改名为 MaxDEA)

- [距离](#): 径向, 非径向(SBM)和混合;
- [方向](#): 投入, 产出和双向 (non-oriented) ;
- 规模收益: 不变、可变、非增、非减和一般化;
- [FDH 模型](#);
- [超效率](#);
- 投入 (产出) [不可控模型](#);
- [投入 \(产出\) 边界模型](#);
- 偏好 (加[权](#)) [SBM 模型](#);
- [Malmquist 模型](#).

1.4 MaxDEA 各版本比较

MaxDEA Basic 是功能强大的免费 DEA 软件，MaxDEA Pro 是功能更加强大的专业 DEA 软件。

功能		MaxDEA Basic	MaxDEA Pro
DMU 数量		不限	不限
基础模型	所有基础选项及其组合，包括	√	√
	径向 (CCR 和 BCC 模型)	√	√
	非径向(SBM)	√	√
	方向距离函数	√	√
	FDH	√	√
	CRS, VRS, NIRS, NDRS, GRS	√	√
	成本、收益和利润模型	√	√
	投入导向、产出导向和双向	√	√
扩展模型	所有扩展选项及其组合，包括		√
	Malmquist		√
	窗口		√
	动态(Dynamic)		√
	群组 and 自定义参比		√
	网络 DEA		√
	超效率		√
	投入产出不可控		√
	投入产出边界		√
	非期望产出		√
	弱可处置性		√
	偏好（加权）		√
	权重约束		√
	交叉效率		√
	导出规划方程		√
模型组合数量		超过 200	超过 3 万

第二章：系统要求

MaxDEA 可以在任何语言环境下的各版本 **windows** 系统运行，包括：

Windows 2000

Windows XP

Windows 2003

Windows Vista

Windows 7

MaxDEA 是采用 Access VBA 开发，运行 **MaxDEA** 需要计算机上安装 Microsoft **Access**。

如果文件 **MaxDEA.mdb** 无法打开，说明电脑中没有安装 Microsoft Office Access，需要先安装 Access 2003，2007，or 2010 (专业版或运行时版本均可)。

Access 2010 Runtime can be downloaded **free** at Microsoft website:

<http://www.microsoft.com/en-us/download/details.aspx?id=10910>

Access 2007 Runtime can be downloaded **free** at Microsoft website:

<http://www.microsoft.com/en-us/download/details.aspx?id=4438>

第三章：使用指南

MaxDEA 使用非常简单，有如下几个步骤：

1)数据导入 2) 数据定义 3) 设置和运行模型。

（注意：可以跳过与你的 DEA 模型无关的内容）

3.1 数据导入

菜单： 文件 – 从文件导入数据

3.1.1 数据格式

建立 DEA 模型的第一步是数据导入。支持的数据类型包括：Excel，Access，dBase 和逗号分隔的文本文件。采用标准的数据格式，对字段名和字段排序顺序没有特殊要求。投入（产出）指标的字段名称可以自定义。

以最常用的 Excel 格式为例：

表 3-1 数据格式示例

DMU	Input1	Input2	Output1	Output2	OTHERS
A	4323	875	93608	187196	20
B	2295	469	225559	451099	10
C	6379	1286	327068	654116	20
D	6644	1339	201354	402688	30
E	1436	297	188926	377833	28
F	6281	1266	413738	827456	40
G	7459	1502	114022	228024	22

Excel 工作表的第一行是字段（列）名称， 字段名称的左侧不能包含空格。 例如，列名称“ Input1” 会产生错误。但是，列名称的中间和右边可以包含空格，如“Input1 ” and “Input 1”，虽然允许，但应尽量避免这样命名字段。

注意：如果数据是从 Excel 中导入的，请确认数据中不包含空格，例如“1. 23” 或者 “1 .23”，这会导致数据类型错误。这种情况通常发生于从 PDF 文件中复制数据。

3.1.2 DMU Name

DMU Name 用来指定各个 DMU 的名称，DMU 的名称不能重复。DMU Name 可以

是字母（支持中文），也可以是数字或字母数字组合。MaxDEA 的分析结果是按照 DMU 的名称排序的（与原始数据的顺序无关），所以如果希望分析结果按照原来的顺序排列，需要将 DMU 的名称按照类似 DUM_01， DMU_02， DUM_03，的方式来命名。

3.1.3 面板数据

对于面板数据， 需要包含一列数据来表示数据的时间。数据可以按照 DMU 的名称或者时间排序，但这不是必须的。DMU Name 在每个时期内部不能重复出现。

面板数据可以按照时间排序：

表 3-2(A) 面板数据示例

Period	DMU	Input1	Input2	Output1	Output2
1	A	4323	875	93608	187196
1	B	2295	469	225559	451099
1	C	6379	1286	327068	654116
2	A	6644	1339	201354	402688
2	B	1436	297	188926	377833
2	C	6281	1266	413738	827456
3	A	7459	1502	114022	228024
3	B	4464	903	212444	424867
3	C	4524	915	462677	925334

或者按照 DMU 名称排序

表 3-2(B) 面板数据示例

Period	DMU	Input1	Input2	Output1	Output2
1	A	4323	875	93608	187196
2	A	6644	1339	201354	402688
3	A	7459	1502	114022	228024
1	B	2295	469	225559	451099
2	B	1436	297	188926	377833
3	B	4464	903	212444	424867
1	C	6379	1286	327068	654116
2	C	6281	1266	413738	827456
3	C	4524	915	462677	925334

或者不排序

表 3-2(C) 面板数据示例

Period	DMU	Input1	Input2	Output1	Output2
1	A	4323	875	93608	187196
2	B	1436	297	188926	377833
1	B	2295	469	225559	451099
3	A	7459	1502	114022	228024
3	B	4464	903	212444	424867
1	C	6379	1286	327068	654116
2	A	6644	1339	201354	402688
2	C	6281	1266	413738	827456
3	C	4524	915	462677	925334

时期定义必须是整数，例如

1, 2, 3.....

2001, 2002, 2003.....

但是可以不连续，下面这种时间序列也是允许的:

1, 2, 5, 8.....

2001, 2005, 2009.....

200101, 200102, 200302.....

3.1.4 群组数据

对于群组数据，必须包含一列区分群组的数据。每一个 DMU 必须属于且只属于一个群组。

下面是群组模型数据的例子:

表 3-3(A) 群数据例

DMU	Cluster	Input1	Input2	Output1	Output2
A	1	4323	875	93608	187196
B	1	2295	469	225559	451099
C	1	6379	1286	327068	654116

D	1	6644	1339	201354	402688
E	1	1436	297	188926	377833
F	1	6281	1266	413738	827456
G	2	7459	1502	114022	228024
H	2	4464	903	212444	424867
I	2	4524	915	462677	925334

群组数据可以是非平衡数据。每个群中的 DMU 的数目可以是不同的。

表 3-3(B) 分群面板数据例子

Period	DMU	Cluster	Input1	Input2	Output1	Output2
1	A	1	4323	875	93608	187196
1	B	1	6644	1339	201354	402688
1	C	1	7459	1502	114022	228024
1	D	1	2295	469	225559	451099
1	E	1	1436	297	188926	377833
1	F	1	4464	903	212444	424867
1	G	2	6379	1286	327068	654116
1	H	2	6281	1266	413738	827456
1	I	2	4524	915	462677	925334
2	A	1	4341	944	93656	187279
2	B	1	6689	1374	201442	402767
2	C	1	7559	1511	114107	228101
2	D	1	2362	530	225604	451107
2	E	1	1513	381	188937	377886
2	F	1	4544	937	212446	424869
2	G	2	6406	1361	327102	654188
2	H	2	6369	1327	413797	827479
2	I	2	4563	942	462739	925393

注意: 对于面板数据, 每个 DMU 在不同的时期应当属于同一个群组。例如: DMU A 在第一个时期属于群 1, 则在第二个以及其他所有时期都应该属于群 1。

群组编号必须是整数, 例如

1, 2, 3.....

但可以是不连续的。下面的时间序列是允许的:

1, 2, 5, 8.....

2001, 2005, 2009.....

200101, 200102, 200302.....

数据导入一次就可以了, 程序关闭后, 数据不会丢失。

3.2 数据定义

菜单: 数据 – 定义数据

第二步是定义数据, 告诉 MaxDEA 哪一列是 DMU 名称, 哪一列是投入变量, 哪一列是产出变量。

数据导入后, “数据定义” 窗口会自动显示。

DMU Name, **Input** 和 **Output** 是必须定义的内容。

重要注意事项:

1) 用于指定边界模型中下限和上限的字段, 方向距离函数模型中的方向向量字段, 以及成本、收益和利润模型中的价格字段, 必须设置为“Not defined”。

2) 在网络模型和动态模型中的间接投入 (产出) 指标, 即中间投入 (产出) 指标的字段必须设置为“Intermediate”。

3) “Cluster”是在群组模型中用来区分群组的。Cluster 必须是整数。

如果想在模型中临时删除一些投入或产出变量, 只需撤销复选框即可。这样, 只有那些被选中的投入 (产出) 指标才会包含在 DEA 模型中。复选框的状态对 DMU Name 和 Period 没有作用。

数据定义也只需一次定义即可。程序关闭后定义不会丢失。

3.3 设置和运行模型

菜单: 模型 – 运行包络模型

模型 – 运行乘数模型

模型-最常用模型快速通道

最后一步是设置要运行的 DEA 模型。“模型 – 运行数据包络分析模型”菜单用于包络模型，“模型 – 运行乘数模型”用于乘数模型，而“模型-最常用模型快速通道”用于最基础的 4 个 DEA 模型，对新手来说，这比较方便。

关闭程序后，所有的选项都不会丢失。如果你想备份你的 DEA 模型，只需备份“mdb”文件即可，可任意命名，例如 Model1.mdb，Model2.mdb。

3.3.1 包络模型

3.3.1.1 模型设置

包络模型的设置包括基本模型设置（距离，方向和规模效益）和扩展模型设置。

运行 DEA 模型，需先做设置基础选项，然后设置扩展选项，如果扩展选项在基础选项下是不可用的，则扩展选项变为灰色。这种变化随着模型的设置而实时改变。

3.3.1.1.1 基础选项

基础选项包括距离函数、模型导向和规模收益。

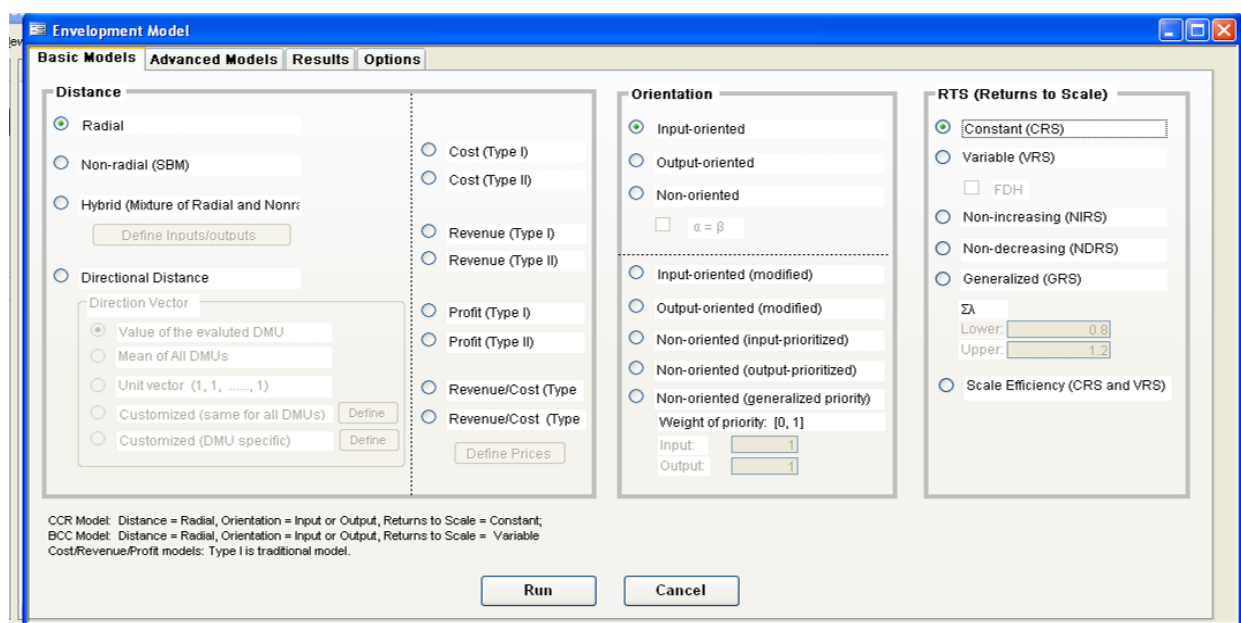


图 3-1-A 包络模型的基础选项

距离函数

距离函数类型包括：

- 径向

- 非径向 (SBM)
- 混合
- 方向距离函数
- 成本 (I 型与 II 型)
- 收益 (I 型与 II 型)
- 利润 (I 型与 II 型)
- 收益成本比 (I 型与 II 型)

径向

它测量的是被评价 DMU 要达到生产前沿，其投入（产出）需要等比例改进的程度。

非径向 (SBM)

在 SBM 模型中，无效率的测量是在被评价 DMU 达到 DEA 有效（不是弱有效）时，最大化各项投入（产出）改进的平均程度，也就是最大化其无效率程度。

混合距离函数

混合距离函数模型是径向模型与非径向模型的混合，它是径向模型与非径向模型的一般化形式。运行混合模型，需要定义每项投入（产出）各自的距离类型，点击复选框右侧的“Define”按钮，可以打开距离类型定义窗口。

在混合模型中，如果所有的投入（产出）均设定为径向，则等价于径向模型；如果均设定为非径向，则等价于 SBM 模型。

方向距离函数

方向距离函数是对径向距离函数的推广。MaxDEA 采用的方向距离函数是 Chambers, Chung and Fare (1998) 定义的方向距离函数更一般化的形式，投入、期望产出和非期望产出的无效率程度分别用 α , β 和 γ 相关联，其数值可以不同，例如，投入投标减少的程度不一定要等于产出指标增加的程度，好产出增加的程度也不一定等于坏产出减少的程度。

MaxDEA 的方向距离函数以如下形式表达：

对于被评价 DMU_0 ,

$$\text{Efficiency score} = \min \frac{1 - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m w_i \alpha g_{xio} / x_{io}}{1 + o_d \frac{1}{s_d} \sum_{d=1}^{s_d} w_d \beta g_{ydo} / y_{do} + o_u \frac{1}{s_u} \sum_{u=1}^{s_u} w_u \gamma g_{yuo} / y_{uo}}$$

$$\text{s.t. } X\lambda + \alpha g^x \leq x_o$$

$$Y^d \lambda - \beta g_y^d \geq y_o^d$$

$$Y^u \lambda + \gamma g_y^u \leq y_o^u$$

m: 投入指标数量;

s_d: 期望（好）产出指标数量;

s_u: 非期望（坏）产出指标数量;

w_i: 投入指标权重;

w_d: 期望（好）产出指标权重;

w_u: 非期望（坏）产出指标权重;

x₀ 与 y₀: 被评价 DMU₀ 的投入和产出向量;

g_x 与 g_y: 投入和产出的方向向量;

o_d: 全部期望(好)产出的总体权重;

o_u: 全部非期望(坏)产出的总体权重

$$\sum_{i=1}^m w_i = m, \quad \sum_{d=1}^{s_d} w_d = s_d, \quad \sum_{u=1}^{s_u} w_u = s_u;$$

$$o_d + o_u = 1.$$

在 MaxDEA 中，用户可以根据需要任意设定权重。例如，假设模型中有两个投入和两个产出，你可以定义 input1 权重 = 1, input2 权重= 2, output1 权重 = 1, output2 权重= 2, o_d=1, o_u=1。MaxDEA 将自动计算相应的权重。

MaxDEA 所定义的方向距离函数效率值具有以下特征:

1) 在分析结果中，尽管 α 和 β 的数值与方向向量的长度相关，但效率值独立于方向向量的长度。例如，不管使用方向向量(1, 1, 1, 1) 还是 (2, 2, 2, 2)，计算的效率值都是一样的。

2) 当定义的方向距离函数模型等价于径向模型时，得出的效率值与径向模型得出的效率值相同。

3) 投入和产出指标可以附加自定义的权重，以体现其相对重要性。

4) 可以自定义好产出和坏产出的总体权重。

用户还可以使用自己定义的公式来计算效率值，MaxDEA 的分析结果中提供了 α 、 β 和 γ 的数值。

MaxDEA 提供了五种形式的方向向量：

1) 采用被评价 DMU 的投入产出数值作为方向向量；

2) 采用所有 DMU 的平均值作为方向向量；

3) 采用向量(1, 1, 1...);

4) 为所有 DMU 定义相同的方向向量；

5) 为每个 DMU 分别定义各自的方向向量。

第 4 种是第 2 种的一般化形式，最后一种是所有其它类型的一般化形式。

注意：采用前两种形式的方向向量所建立的方向距离函数模型得出的效率值具备单位不变性。

当使用第 1 种类型方向向量时，即 $g_x = x$, and $g_y = y$ ，方向距离函数等价于径向模型。

参考书目：

Chambers RG, Chung Y, Fare R. Profit, directional distance functions, and Nerlovian efficiency. J Optimiz Theory App. 1998; 98(2): 351-64.

成本、收益、利润和收益成本比模型

上述模型需要投入产出指标的价格信息，利用这类模型可以分析配置效率。

这类模型有两种形式的线性规划，MaxDEA 分别命名为“I 型”和 “II 型”。“I 型”和 “II 型”的区别在于，在约束条件中，“I 型”使用原始的投入（产出）值；而 “II 型”使用投入（产出）的成本（收益）值。（“I 型”是应用较多的传统形式。）

运行以上模型，需要通过右侧的“Define”按钮来定义价格信息。成本模型需要投入价格，收益模型需要产出价格，利润和收益/成本比模型同时需要投入和产出价格。在“定

义数据”阶段，表示价格的字段必须保持为“Not defined”。

注意：利润模型的效率值可能为负值。

导向

传统导向包含以下内容：

- 1) 投入导向，
- 2) 产出导向，
- 3) 投入产出双向。

MaxDEA 提供了五种新的模型导向：

- 4) 投入导向（修），
- 5) 产出导向（修），
- 6) 双向(投入优先)，
- 7) 双向(产出优先)，
- 8) 双向(自定义投入产出的优先性)。

新的导向类型的重要意义在于克服了传统投入和产出导向超效率模型会出现无解的问题。

可自定义投入产出优先性的双向模型是对其他导向模型的推广，其径向模型表示为：

对于被评价 DMU_k

$$\begin{aligned}
 & \min \frac{1-w^I \alpha}{1+w^O \beta} \\
 & \text{s.t. } \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq (1-\alpha) x_{ik}, \quad i=1,2,\dots,m \text{ (if } w^I > 0) \\
 & \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq x_{ik}, \quad i=1,2,\dots,m \text{ (if } w^I = 0) \\
 & \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq (1+\beta) y_{rk}, \quad r=1,2,\dots,s \text{ (if } w^O > 0) \\
 & \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq y_{rk}, \quad r=1,2,\dots,s \text{ (if } w^O = 0) \\
 & \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \\
 & \quad \lambda_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n
 \end{aligned}$$

此处 w^I 和 w^O 表示自定义投入产出的优先性，为非负数，且至少其中一个是正数，效率值被定义为 $(1-\alpha)/(1+\beta)$ 。

如果在以上模型中 DMU_k 是有效的，超效率模型表示为：

$$\begin{aligned}
& \min \quad \frac{1-w^I\alpha}{1+w^O\beta} \\
& \text{s.t.} \quad \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n \lambda_j x_{ij} \leq (1-\alpha)x_{ik}, \quad i=1,2,\dots,m \text{ (if } w^I > 0) \\
& \quad \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n \lambda_j x_{ij} \leq (1-\alpha)x_{ik}, \quad i=1,2,\dots,m \text{ (if } w^I = 0) \\
& \quad \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n \lambda_j y_{rj} \geq (1+\beta)y_{rk}, \quad r=1,2,\dots,s \text{ (if } w^O > 0) \\
& \quad \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n \lambda_j y_{rj} \geq y_{rk}, \quad r=1,2,\dots,s \text{ (if } w^O = 0) \\
& \quad \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n \lambda_j = 1 \\
& \quad \alpha \leq 0, \beta \leq 0, \lambda_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n (j \neq k)
\end{aligned}$$

此处 w^I 和 w^O 表示自定义投入产出的优先性，为非负数，且至少其中一个是正数，效率值被定义为 $(1-\alpha)/(1+\beta)$ 。

在可变、非增和非减规模收益(VRS, NIRS, NDRS)技术情况下，超效率模型可能会出现无解的情况。超效率模型无解的充分和必要条件参见 Seiford and Zhu (1999)。

在上述一般化模型中， w^I and w^O 表示投入产出导向的优先性。当 w^I 与 w^O 都是正数时，其超效率模型总是有可行解的。

表 3-4(A)展示了一般化导向与其他七种导向的关系。

情况 1：投入-导向。 $w^I = 1$, $w^O = 0$, (超)效率值被定义为 $1 - \alpha^*$ 。

在情况 1 中，一般化模型等同于传统的投入导向模型。一般化模型中的(超)效率值 $1 - \alpha^*$ 等于传统投入导向模型中的 θ^* 。

情况 2: 产出导向。 $w^I = 0$, $w^O = 1$, (超)效率值定义为 $1/(1 + \beta^*)$ 。

在情况 2 中, 一般化模型等同于传统的产出导向模型, 一般化模型的 (超)效率值 $1/(1 + \beta^*)$ 等于传统产出导向模型中的 $1/\varphi^*$ 。

除了投入导向与产出导向, 我们定义了另外五种导向形式:

情况 3: 非导向。 $w^I = 1$, $w^O = 1$, (超)效率值定义为 $(1 - \alpha^*)/(1 + \beta^*)$ 。

当投入导向与产出导向被给予同等的优先性时 ($w^I = 1$ and $w^O = 1$), 模型是双向的, (超)效率值被定义为 $(1 - \alpha^*)/(1 + \beta^*)$ 。

情况 4: 投入导向 (修)。 $w^I = 1$, $w^O = \varepsilon$ (标准效率) 或者 $w^I = \varepsilon$ 且 $w^O = 1$ (超效率), (超效率) 值被定义为 $1 - \alpha^*$ 。

情况 4 中, 在保留产出导向的条件下, 投入导向被给予优先权。(超)效率值被定义为 $(1 - \alpha^*)$, 没有分母 $(1 + \beta^*)$ 。这意味着效率值仅仅决定于投入的改进。

修改的投入导向模型具有如下特征: 标准的效率值 $(1 - \alpha^*)$ 等于传统投入导向模型中的 θ^* , 超效率值等于传统投入导向模型中的 θ^* (传统模型有解时)。在传统超效率模型无可行解时, 修改的投入导向模型仍然能够获得最优解。修改的投入导向模型克服了传统投入导向超效率模型可能会出现无解的问题, 同时保持了与传统投入导向模型定义的一致性。

情况 5: 产出导向 (修)。 $w^I = \varepsilon$, $w^O = 1$ (标准效率) 或者 $w^I = 1$ 且 $w^O = \varepsilon$ (超效率), (超)效率值被定义为 $1/(1 + \beta^*)$ 。

在情况 5 种, 在保留投入导向的条件下, 产出导向被给予优先性。(超)效率值被定义为 $1/(1 + \beta^*)$, 没有分子 $(1 - \alpha^*)$, 这意味着效率值仅仅决定于产出的改进。修改的产出导向具有以下特征: 标准效率值 $1/(1 + \beta^*)$ 等于传统产出导向模型中的 $1/\varphi^*$, 超效率值等于传统产出模型的 $1/\varphi^*$ (传统模型有解时)。此外, 当传统产出导向超效率模型无可行解时, 修改的产出模型仍然能够获得最优解。修改的产出导向超效率模型克服了传统产出导向超效率模型可能会出现无解的问题, 同时保持了与传统产出导向模型定义的一致性。

情况 6: 双向 (投入优先)。 $w^I = 1$, $w^O = \varepsilon$ (标准效率) 或者 $w^I = \varepsilon$ 且 $w^O = 1$ (超效

率), (超)效率值被定义为 $(1 - \alpha^*)/(1 + \beta^*)$ 。

除了效率值被定义为 $(1 - \alpha^*)/(1 + \beta^*)$, 情况 6 等同于情况 4, 这意味着效率值从投入和产出两个方面进行测量。投入优先双向模型具有如下特征: 标准效率值 $(1 - \alpha^*)/(1 + \beta^*)$ 等同于或小于传统的投入导向模型中的 θ^* ; 当传统的投入导向超效率模型有可行解时, 超效率值 $(1 - \alpha^*)/(1 + \beta^*)$ 等于或大于传统的投入导向模型的 θ^* 。

情况 7: 双向 (产出优先)。 $w^I = \varepsilon$, $w^O = 1$ (标准效率) 或者 $w^I = 1$, $w^O = \varepsilon$ (超效率), (超)效率值被定义为 $(1 - \alpha^*)/(1 + \beta^*)$ 。

除了效率值被定义为 $(1 - \alpha^*)/(1 + \beta^*)$, 情况 7 等同于情况 5, 这意味着效率值从投入和产出两个方面同时测量。产出优化双向模型具有以下特征: 标准效率值 $(1 - \alpha^*)/(1 + \beta^*)$ 等于或小于传统产出导向模型中的 $1/\varphi^*$, 当传统产出导向超效率模型有可行解时, 超效率值 $(1 - \alpha^*)/(1 + \beta^*)$ 等于或大于传统产出导向模型中的 $1/\varphi^*$ 。

表 3-4(A) 一般化导向模型的特例及其效率值定义

情况	导向	标准效率模型			超效率模型		
		w^I	w^O	Score	w^I	w^O	Score
1	投入导向	1	0	$1 - \alpha^*$	1	0	$1 - \alpha^*$
2	产出导向	0	1	$\frac{1}{1 + \beta^*}$	0	1	$\frac{1}{1 + \beta^*}$
3	非导向	1	1	$\frac{1 - \alpha^*}{1 + \beta^*}$	1	1	$\frac{1 - \alpha^*}{1 + \beta^*}$
4	投入导向 (修)	1	ε	$1 - \alpha^*$	ε	1	$1 - \alpha^*$
6	非导向 (投入优先)	1	ε	$\frac{1 - \alpha^*}{1 + \beta^*}$	ε	1	$\frac{1 - \alpha^*}{1 + \beta^*}$
5	产出导向 (修)	ε	1	$\frac{1}{1 + \beta^*}$	1	ε	$\frac{1}{1 + \beta^*}$
7	非导向 (产出优先)	ε	1	$\frac{1 - \alpha^*}{1 + \beta^*}$	1	ε	$\frac{1 - \alpha^*}{1 + \beta^*}$

ε 是非阿基米德无穷小量(在实际应用中取 10^{-5}).

同样，一般化导向的非径向模型表示为：

$$\min \rho = \frac{1 - w^I \left(\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m s_i^- / x_{io} \right)}{1 + w^O \left(\frac{1}{s} \sum_{r=1}^s s_r^+ / y_{ro} \right)}$$

$$st \quad x_0 - X\lambda - s^- = 0$$

$$Y\lambda - y_0 - s^+ = 0$$

$$\lambda, s^-, s^+ \geq 0$$

一般化导向的 DEA 模型是非线性规划。采用类似于 Charnes–Cooper 变换的方法，可以转化为线性规划(Charnes & Cooper, 1962)。

Cheng G, Qian Z, Guo Y (2010). Overcoming the infeasibility of super-efficiency DEA model: a model with generalized orientation. Proceedings of the 8th international conference on data envelopment analysis.

规模收益 (RTS)

MaxDEA 可以运行五种规模收益：不变规模收益(CRS)、可变规模收益(VRS)、非增规模收益(NIRS)、非减规模收益(NDRS)和一般化规模收益(GRS)。如果选择一般化规模收益(GRS)，需要设定 $\Sigma\lambda$ 的下限(L)与上限(U)。一般化规模收益(GRS)是其他四种规模收益的一般化形式：

表 3-4(B)一般化规模收益(GRS)是其他规模收益关系

	GRS	
	L	U
CRS	0	$+\infty$
VRS	1	1
NIRS	0	1
NDRS	1	$+\infty$

“Scale Efficiency”是一个特殊选项，它会同时求解 CRS 和 VRS 效率值，然后计算

规模效率或规模效应（Malmquist 模型）。

$$\text{Scale Efficiency} = \text{CRS efficiency} / \text{VRS efficiency}$$

规模效率=CRS 效率值/VRS 效率值

除了计算规模效率（效应），还提供了被评价 DMU 所处规模收益状况的估计。

对于 Malmquist 模型而言，规模效应间有如下关系：

- Malmquist 指数的规模效应= Malmquist 指数（CRS）/ Malmquist 指数（VRS）
- 效率变化的规模效应=效率变化（CRS）/效率变化（VRS）
- 技术变化的规模效应=技术变化（CRS）/技术变化(VRS)
- Malmquist 指数的规模效应=效率变化的规模效应*技术变化的规模效应

参考.3.1.1.2 Malmquist 模型 [Malmquist 模型](#)与 3.3.1.2.2 [规模效率](#)

FDH 模型

FDH（Free Disposal Hull）模型的目的是要确保效率评价仅仅基于实际观察到的绩效。投入导向 FDH 模型可以用以下的混合整数线性规划式表示：

$$\min \theta$$

$$st \ \theta x_0 - X\lambda - s^- = 0$$

$$Y\lambda - y_0 - s^+ = 0$$

$$s^-, s^+ \geq 0$$

$$e\lambda = 1, \lambda \in \{0,1\}$$

注意：FDH 模型仅仅在以下基础选项下可用。

规模收益：可变规模收益

导向：投入导向或产出导向

3.3.1.1.2 扩展选项

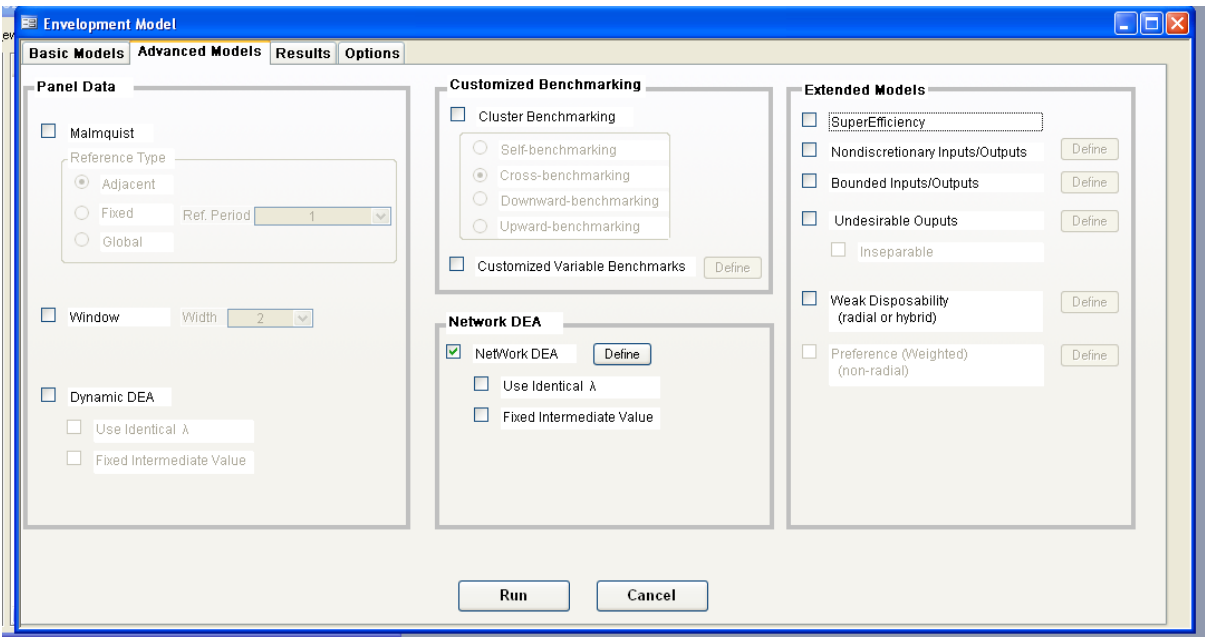


图 3-1-B 包络模型的扩展选项

超效率(Super-efficiency)

超效率模型与标准效率模型的区别在于,在超效率模型的参比 DMU(reference DMU set)中将被评价 DMU₀ 排除在外(线性规划中以 $j \neq 0$ 表示)。

超效率值可能大于 1。在有些情况下(例如投入或产出导向的 VRS 超效率模型),部分 DMU 的线性规划会出现无可行解的问题。可以通过选项“No optima”来设定在这种情况下程序是否返回值“1”作为效率值(参考 3.3.1.3)。

Malmquist 模型

Malmquist 模型用于处理面板数据。Malmquist 生产率指数评估了 DMU 在两个时期总要素生产率的变化。Malmquist 指数被定义为效率变化(追赶效应, catch-up)与技术变化(前沿移动, frontier-shift)的乘积。效率变化反映了 DMU 的效率改善或恶化程度,而技术变化反映了两个时期效率前沿的变化情况。

MaxDEA 提供了三种参比类型的 Malmquist 指数,包括相邻、固定、全局参比。

(具体参考 3.3.1.2.2 [Malmquist 模型的分析结果](#))

Malmquist 指数的三种参比类型

相邻(adjacent)

FGLR: Färe R, Grosskopf S, Lindgren B, Roos P, 1992

固定(fixed)

Berg SA, Forsund FR, Jansen ES, 1992

全局(global)

Pastor JT, Lovell CAK, 2005

目前，应用最广泛的是相邻参比 Malmquist 模型。

MaxDEA 不仅可以计算 CRS 的 Malmquist 模型，也可以计算 VRS 及其它规模收益类型的 Malmquist 指数及其分解(效率变化和技术变化)。在 Malmquist 模型中，MaxDEA 为规模效应提供了三种指标：

- SEEC: 效率变化的规模效应
效率变化的规模效应=效率变化 (CRS) / 效率变化 (VRS)
- SETC: 技术变化的规模效应
技术变化的规模效应=技术变化 (CRS) / 技术变化 (VRS)
- SEMI: Malmquist 指数的规模效应
Malmquist 指数的规模效应= Malmquist 指数 (CRS) / Malmquist 指数 (VRS)
- Malmquist 指数的规模效应 = 效率变化的规模效应*技术变化的规模效应

注意：SEEC 等同于 FGNZ 定义的“规模变化因子”，SEMI 等同于 Ray 与 Desli 定义的“规模变化因子”。

(参考 3.3.1.2.2 [MALMQUIST 模型的分析结果](#))

参考文献：

FGLR:

Färe R, Grosskopf S, Lindgren B, Roos P. Productivity changes in Swedish pharmacies 1980–1989: A non-parametric Malmquist approach. J Prod Anal. 1992; 3(1-2): 85-101.

FGNZ:

Färe R, Grosskopf S, Norris M, Zhang Z. Productivity Growth, Technical Progress, and Efficiency Change in Industrialized Countries. Am Econ Rev. 1994; 84(1): 66-83.

Ray and Desli:

Ray SC, Desli E. Productivity growth, technical progress, and efficiency change in industrialized countries: Comment. Am Econ Rev. 1997;87(5):1033-9.

Berg SA, Forsund FR, Jansen ES. Malmquist Indexes of Productivity Growth during the Deregulation of Norwegian Banking, 1980-89. Scand J Econ. 1992; 94: S211-S28

Pastor JT, Lovell CAK. A global Malmquist productivity index. Economics Letters. 2005; 88(2): 266-71.

成本 Malmquist 模型

MaxDEA 使用 Maniadakis and Thanassoulis 的方法计算成本 Malmquist 指数，同时使用类似的方法计算收益、利润和收益利润比 Malmquist 指数。

MaxDEA 提供的成本 Malmquist 指数的分解为：

- Malmquist 指数（成本效率模型）= 效率变化（成本效率模型）* 技术变化（成本效率模型）

通过运行成本效率 Malmquist 模型与技术效率 Malmquist 模型，可以获得对 M 指数的进一步分解：

- 分配效率变化=效率变化（成本效率模型）/ 效率变化（技术效率模型）
- 价格效应=技术变化（成本效率模型）/ 技术变化（技术效率模型）
- Malmquist 指数（成本效率效率）= 效率变化（技术效率模型）*分配效率变化* 技术变化（技术效率模型）* 价格效应

收益、利润与收益成本比 Malmquist 指数同样可以被分解。

Maniadakis N, Thanassoulis E. A cost Malmquist productivity index. Eur J Oper Res. 2004; 154(2): 396-409.

收益 Malmquist 模型

与成本 Malmquist 模型相似

利润 Malmquist 模型

与成本 Malmquist 模型相似

收益成本比 Malmquist 模型

与成本 Malmquist 模型相似

窗口模型 (Window)

窗口模型也是用于分析面板数据。窗口模型必须设定窗口的宽带。窗口模型可以用于分析非平衡面板数据。

不可控投入 (产出) 模型 (Nondiscretionary Inputs/outputs)

参考“不可控投入 (产出) 模型”

特定测量模型 (Measure specific)

参考“不可控投入 (产出) 模型”

不可控投入 (产出) 模型

MaxDEA 提供一种一般化的不可控投入 (产出) 模型。实际上, 不可控模型是更一般化的模型-边界模型的一种特例 (见下文), 因此, 我们只是为边界模型提供线性规划。

运行不可控模型, 需要设定投入 (产出) 的可控程度 (“Full Discretion”表示完全可控, “Non- or Part-discretion”表示有限的控制)。点击右侧的“Define”即可进入设置窗口。可控程度用百分数表示。

以下是不可控模型的几种特例:

1) 不可控径向模型的第一个特例是所有的投入 (产出) 的可控度为零。这种情况也叫“non-controllable”径向模型(Cooper William W, Seiford Lawrence M, Tone Kaoru, 2007)。

2) 不可控径向模型的第二个特例是所有的不可控投入 (产出) 的可控度为 100%。这种情况也被称为 Nondiscretionary 径向模型(Cooper William W, Seiford Lawrence M, Tone Kaoru, 2007), 或“Measure specific”模型(Zhu J, 2009)。

注意: 以上特例说明, 在径向模型中, 将投入 (产出) 的可控度设为 100%不等同于设定为“Full Discretion”。

3) 第三个特例是在不可控 SBM 模型中，将投入（产出）的可控度设为零。这种情况称为 non-controllableSBM 模型(Cooper William W, Seiford Lawrence M, Tone Kaoru, 2007)。

4) 最后一个特例是在不可控 SBM 模型中，将所有投入（产出）的可控度设为 100%。这种情况等同于正常模型。换言之，在 SBM 模型中，将投入（产出）的自由度设定为 100% 等同于设为“Full Discretion”。

在不可控模型中（包括径向和 SBM），如果将所有的投入（产出）的可控度设为“Full Discretion”，则等同于正常模型。

边界投入（产出）模型（Bounded Inputs/outputs）

运行边界模型，点击右侧的“定义”按钮，设定投入（产出）的上限与下限。在“Define Data 定义数据”阶段，包含投入（产出）的上限或下限的字段必须保持在“Not defined”状态。注意下限必须小于或者等于原始数值，上限必须大于或者等于原始数值。

如果所有的投入（产出）被设定为“Full Discretion”，则等同于正常模型。

不可控模型等价于如下设定上下限的边界模型：

下限=原始值 \times (1-可控度)

上限=原始值/(1-可控度)

非期望产出模型（Undesirable Outputs）

在非期望产出模型中，好产出的改进方向是增加，而坏产出的改进方向是减少。

通过 MAXDEA，你可以分析径向、非径向或者混合距离的非期望产出模型。径向非期望产出模型是基于方向距离函数的思想(Chung YH, Fare R and Grosskopf S, 1997)，但采用如下更一般化的形式：

非期望产出径向模型（双向，non-oriented）：

$$\min \rho = \frac{1-\alpha}{1 + \frac{w_g \beta + w_b \gamma}{w_g + w_b}}$$

$$st (1-\alpha)x_0 - X\lambda - s^- = 0$$

$$Y^g \lambda - (1+\beta)y_0^g - s^{g+} = 0$$

$$Y^b \lambda - (1-\gamma)y_0^b + s^{b+} = 0$$

g 表示好的产出， b 表示坏的产出， w_g 是好产出的权重， w_b 是坏产出的权重。
如果我们增加如下约束，

- 1) $\alpha = \beta$;
- 2) $\beta = \gamma$,
- 3) $s^{b+} = 0$ (坏产出的松弛为零，也就是弱处置性，与弱处置性模型组合使用),
- 4) 导向=双向 (non-oriented) ,

经过以上设置后，等价于如下传统的“方向距离函数”模型：

$$\begin{aligned} \max \quad & \beta \\ \text{st} \quad & X\lambda + s^- = (1 - \beta)x_0 \\ & Y^g\lambda - s^{g+} = (1 + \beta)y_0^g \\ & Y^b\lambda = (1 - \beta)y_0^b \\ \text{Efficiency Score} = & \frac{1 - \beta}{1 + \beta} \end{aligned}$$

非期望产出 SBM 模型（双向，non-oriented）

$$\begin{aligned} \min \quad & \rho = \frac{1 - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m s_i^- / x_{io}}{1 + \frac{1}{s} \sum_{r=1}^s s_r^+ / y_{ro}} \\ \text{st} \quad & x_0 - X\lambda - s^- = 0 \\ & Y^g\lambda - y_0^g - s^{g+} = 0 \\ & Y^b\lambda - y_0^b + s^{b+} = 0 \\ & \lambda, s^-, s^+ \geq 0 \end{aligned}$$

点击右侧的“Define”按钮，来设定坏产出和“ $\alpha = \beta$ ”，“ $\beta = \gamma$ ”等选项。

好产出与坏产出不可分离的模型

不可分离非期望产出模型处理某种坏产出与相应的好产出(和某些投入)不可分离的情况，这种情况下，减少坏产出不可避免地也会减少好产出。

关于此模型的细节参见 Cooper et al (2007)。此书中有两种不可分离模型：其一为“SBM-NS”，另外的一个为“NS-Overall”。

请注意 MaxDEA 提供了更为灵活的不可分离模型，请根据文献中的规划式选择相应的选项，包括模型导向、弱可处置性、可控制度、及以下选项：

- ✓ 好的总产出是否保持不变；
- ✓ 不可分离投入的松弛变量是否作为无效率项；
- ✓ 不可分离坏产出的松弛变量是否作为无效率项。

注意：在 MaxDEA 中，产出的上限用以下公式计算：

上限 = 原始值/(1-可控制度).

例如：如果把可控制度设定为 20%，实际增加程度的上限为 $1 / (1 - 20\%) - 100\% = 25\%$ 。如果你想把上限的增加幅度设定为 20%，可控制度应该是

$$1 - 1 / (1 + 20\%) = 16.6667\%。$$

弱可处置性模型（Weak Disposability）

弱可处置性模型把投入（产出）的松弛变量设置为 0，如下文（双向，non-oriented）：

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{\theta}{\phi} \\ \text{st} \quad & \theta x_0^s - X^s \lambda - s^{s-} = 0 \\ & \theta x_0^w - X^w \lambda = 0 \\ & Y^s \lambda - \phi y_0^s - s^{s+} = 0 \\ & Y^w \lambda - \phi y_0^w = 0 \end{aligned}$$

s 表示强处理性 w 表示弱处理性。

点击右侧的“Define”，对投入（产出）是否为弱可处置性进行设置。

注意：弱可处置性不能用于非径向(SBM)模型。

偏好（加权）模型（Preference, weighted）

在 SBM 模型中，可以根据各项投入（产出）指标的相对重要程度，在目标函数中进行加权处理：

$$\min \rho = \frac{1 - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m w_i s_i^- / x_{io}}{1 + \frac{1}{s} \sum_{r=1}^s w_r s_r^+ / y_{ro}}$$

$$\sum_{i=1}^m w_i = m$$

$$\sum_{r=1}^s w_r = s$$

点击右侧的“Define”，设置投入（产出）的权重。

用户可以自由设定权重，例如：假设模型中有两个投入和两个产出，权重可以设定为

投入 1 的权重 = 1，投入 2 的权重 = 2，

产出 1 的权重 = 1，产出 2 的权重 = 2。

MaxDEA 将自动计算相应的 w_i 与 w_r 。

如果所有投入（产出）的权重设定为 1，则等同于正常模型。

注意：上述体现决策者偏好的加权模型仅用于非径向(SBM)模型。能够体现决策者偏好的模型还有权重约束模型（Restricted multiplier model）。

成本，收益，利润与收益/成本比模型

参考 3.3.1.1.1 距离函数

可变参比决策模型

参考“自定义参比”

自定义参比

在自定义参比模型中，用户可以自定义被评价 DMU 的参比 DMU。以投入导向 CCR 模型为例：

$$\min \theta$$

$$st \ \theta x_0 - X^r \lambda - s^- = 0$$

$$Y^r \lambda - y_0 - s^+ = 0$$

$$\lambda, s^-, s^+ \geq 0$$

r 表示被评价 DMU 的参比 DMU。

以上模型也称为**可变参比模型**(Zhu J, 2009), 在实际求解结果中, 参比 DMU 集合中的每个 DMU 都可以是参比 DMU(系数 $\lambda > 0$), 也可以不是参比 DMU(系数 $\lambda = 0$)。

运行自定义参比模型需要选中“Variable-benchmark”选项, 点击“Define”按钮定义可变参比模型。

网络 DEA 模型

网络 DEA 模型可以与其他包络模型组合应用, 比如: 网络 Malmquist 模型, 网络成本/收益/利润/收益成本比模型, 非期望产出网络 DEA, 不可控投入(产出)网络 DEA 模型等。

网络 DEA 模型能够处理 DMU 包含相互关联的子系统的情况(Sub-DMU, division, 在 MaxDEA 中, 称之为节点, node), 如图 3-2 所示:

- 1) 每个节点可以有也可以没有自己的投入(产出), 在网络 DEA 模型中称为直接投入(产出);
- 2) 至少有一个节点通过间接投入(产出)与另外一个节点相联。间接变量被看作是一个节点的投入, 同时又是另外一个节点的产出。

在网络 DEA 模型的分析结果中包括整个系统(一个 DMU 被看作是包含许多节点的一个系统)的效率值, 也包括各个节点各自的效率值。

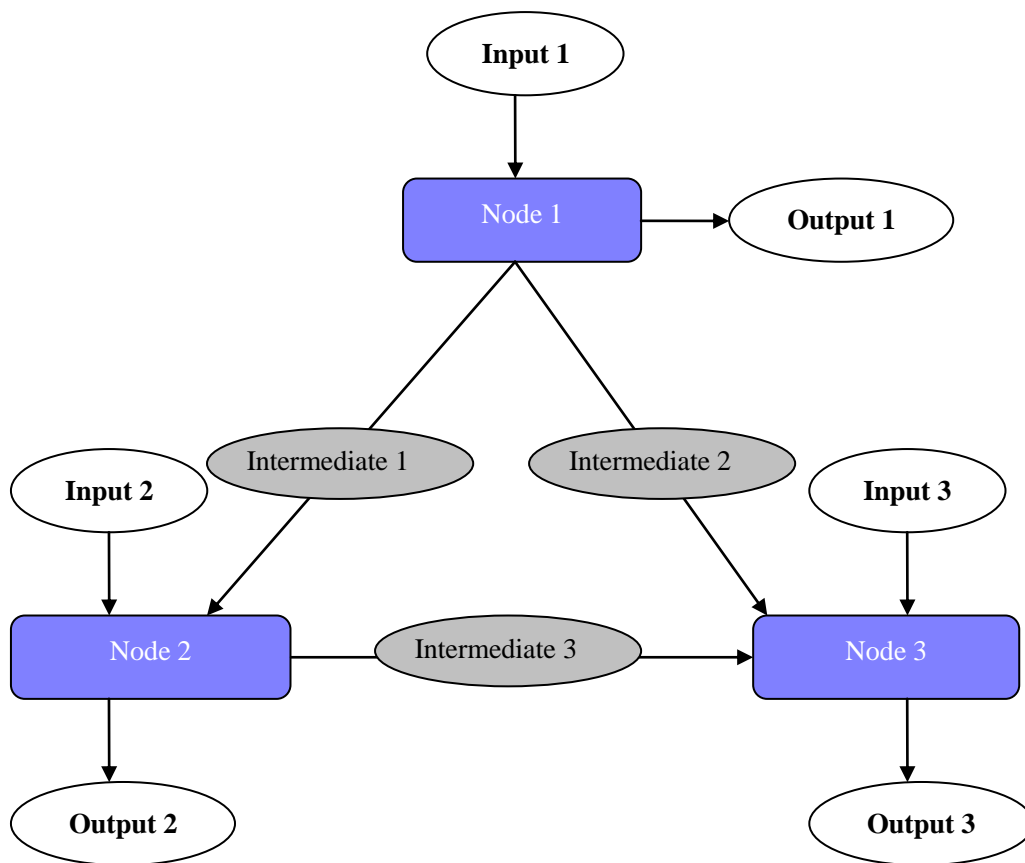


图 3-2(A) 网络 DEA 模型示例 (网状)

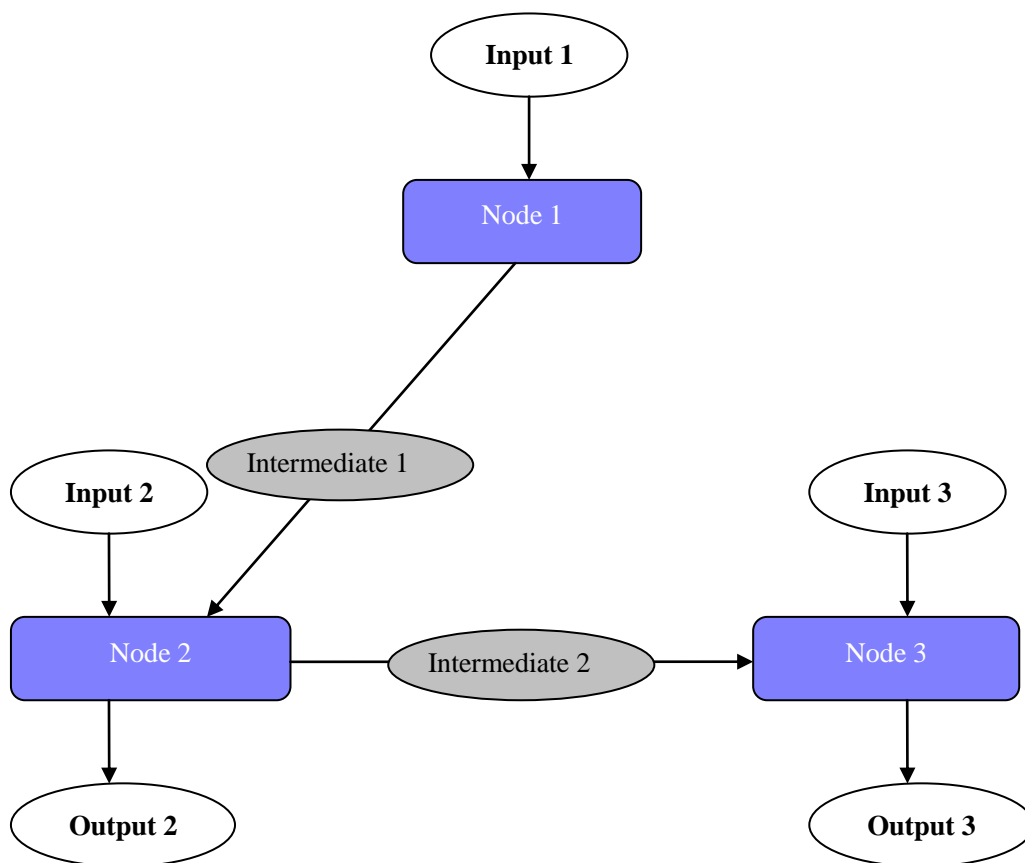


图 3-2(B) 网络 DEA 模型示例 (链状)

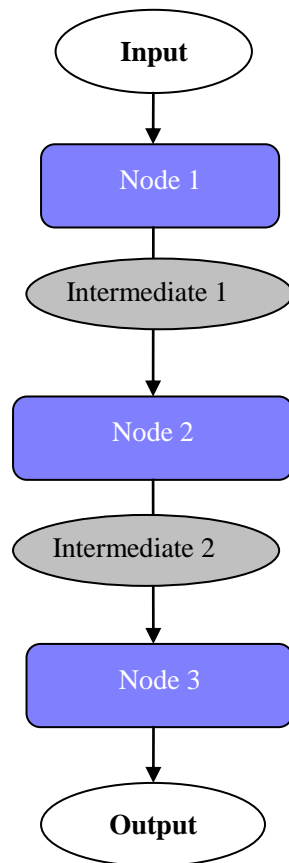


图 3-2(C) 网络 DEA 模型示例 (链状)

MaxDEA 是分析网络 DEA 模型的强大工具,它提供了网络 DEA 模型的很多选项。
运行网络 DEA 模型的步骤:

- 1) 在“数据定义”阶段,与其它 DEA 模型一样定义模型的直接投入(产出),但需
要把间接投入(产出)为设定为“Intermediate”;
- 2) 在“运行模型”阶段,选中“Network”选项,然后
 - a) 通过复选框“Use Identical Lambda”,决定是否所有节点使用同样的系数向量
 λ 或者各自使用不同的 λ ;
 - b) 通过复选框“Fixed Intermediate Value”,决定中间变量(间接投入产出)是否
是固定的;
 - c) 通过“Define”按钮,定义网络的各个节点及其投入和产出(图 3-4);
首先,定义网络的节点,包含节点的名称和权重;
然后,把每项投入(产出)指标分配给各个节点,也就是定义各节点的直
接和间接投入(产出)。每个直接投入(产出)指标必须分配到**唯一**的一个

节点（不能将一个直接投入产出指标同时分配给 2 个节点）。每个中间变量必须分配给一个节点作为投入，同时分配给另外一个节点作为产出。

d) 运行模型。

通过 MaxDEA 可以非常方便地对传统模型（即所谓的“黑箱”模型）与网络模型的结果进行比较。定义好网络 DEA 模型后，如果不选“Network”选项，就是传统的 DEA 模型了。

Define Network Node

First step: Define nodes

Node Name	Weight
Node1	0.4
Node2	0.2
Node3	0.4
*	1

Second step: Define sub-processes of the network

Field Name	Field Type for the network	Field Type for the node	This field belongs to which Node
Input1	Input	Input	Node1
Output1	Output	Output	Node1
Input2	Input	Input	Node2
Output2	Output	Output	Node2
Input3	Input	Input	Node3
Output3	Output	Output	Node3
Inter12	Intermediate	Input	Node2
Inter12	Intermediate	Output	Node1

OK

图 3-3 定义网络 DEA 模型的节点及其投入产出

网络模型的结果有三个表：第一个与其它模型一样是一个总结，第二个是总体效率、松弛变量和目标值，还有一个是节点的效率值及其系数向量。

注：参考 Tone K (2009)对非径向(SBM) 网络 DEA 的讨论

Tone K, Tsutsui M. Network DEA: A slacks-based measure approach. Eur J Oper Res. 2009; 197(1): 243-52.

动态 DEA 模型

动态 DEA 模型用于分析面板数据，包含不同时期之间的关联变量。

表 3-5(A)是包含一个投入，一个产出和一个中间变量的 3 年数据的动态模型，图 3-4 显示各期之间的联系，注意在 MaxDEA 中，第 1 期的中间变量用于建立第一和第二期之间的关联，第 2 期的中间变量用于建立第二和第三期之间的关联，第 3 期的中间变量不包括在动态模型中。

从本质上说，动态 DEA 模型是一个特殊的网络 DEA 模型，因此所有动态模型都可以通过网络模型来分析。要达到这样的目的，面板数据必须转化成分析网络 DEA 模型的标准数据。表 3-5(A)的数据转化为表 3-5(B)后就可以利用网络 DEA 模型得到以“时期”作为结点的动态 DEA 模型。

通过网络 DEA 模型可以建立更为复杂的动态模型，例如每个时期有各自不同的投入、产出和中间变量的动态模型。

表 3-5(A) 面板数据的动态模型示例

Period	DMU	Input	Output	Intermediate
1	A	4323	93608	875
1	B	2295	225559	469
1	C	6379	327068	1286
2	A	6644	201354	1339
2	B	1436	188926	297
2	C	6281	413738	1266
3	A	7459	114022	1502
3	B	4464	212444	903
3	C	4524	462677	915

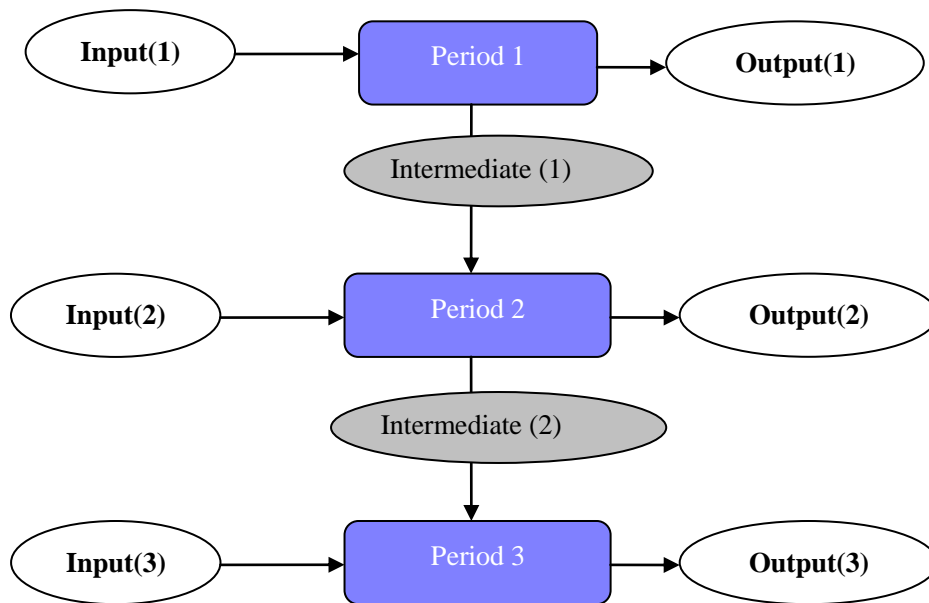


图 3-4 动态模型的结构图

表 3-5(B)是 通过网络模型实现动态模型的数据转换示例

DMU	Input(1)	Output(1)	Intermediate(1)	Input(2)	Output(2)	Intermediate(2)	Input(3)	Output(3)
A	4323	93608	875	6644	201354	1339	7459	114022
B	2295	225559	469	1436	188926	297	4464	212444
C	6379	327068	1286	6281	413738	1266	4524	462677

参见 Tone K and Tsutsui M (2010)的非径向动态 DEA 模型:

Tone K, Tsutsui M. Dynamic DEA: A slacks-based measure approach. Omega-Int J Manage Sci. 2010; 38(3-4): 145-56.

群组模型

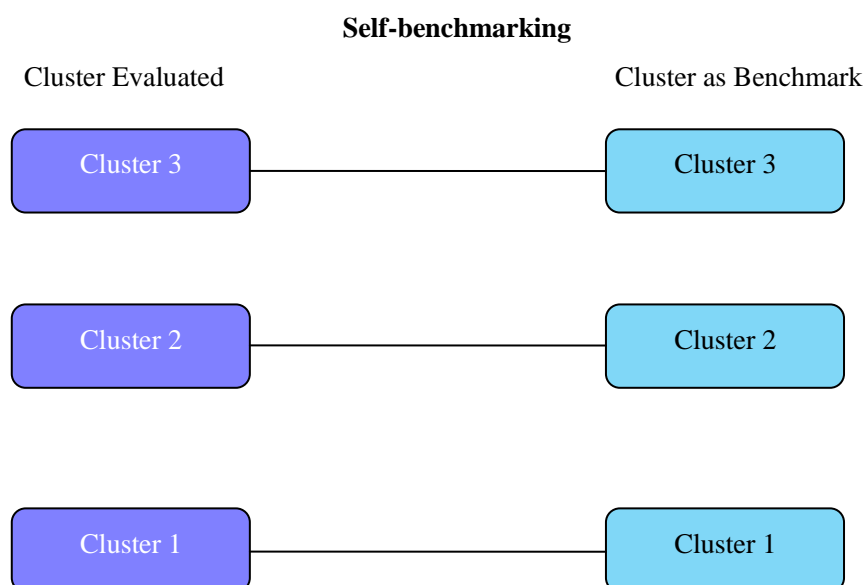
群组模型是对 DMU 按照其特征进行分类后建立的模型。根据被评价群组 and 参比群组之间的关系，可以分为 4 种类型：

群内参比

群内参比模型是每个 DMU 以其各自所属的群组作为参比 DMU 集合。它相当于采

用常规方法依次分别对各群组单独建立各自的 DEA 模型。

例如，如果所有的 DMU 被分为三个群，群内参比模型的结果和采用常规方法依次建立各群模型的结果相同，常规方法是首先仅用第一群的数据建立模型，然后再用第二群的数据建立模型，最后用第三群的数据建立模型。

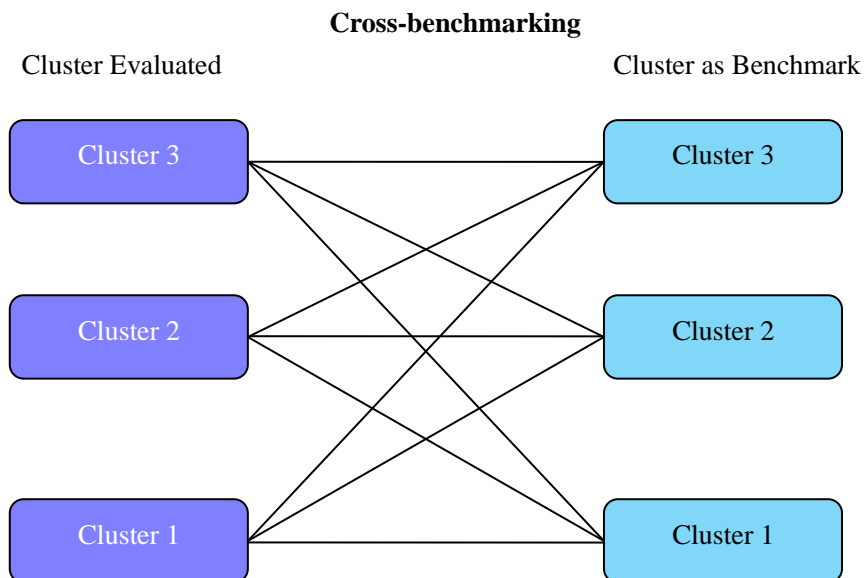


群间交叉参比

群间交叉参比模型，就是每一个 DMU 依次分别以本群和其它各群作为参比 DMU 集合建立 DEA 模型,其实质就是各群之间两两交叉参比建立 DEA 模型。

例如，如果所有的 DMU 被分为三个群，群间交叉参比模型的结果和采用如下常规方法建立的模型的结果相同：

- 1) 首先，以群 1 作为参比 DMU 集合，对所有各群的 DMU 进行评价；
- 2) 第二，以群 2 作为参比 DMU 集合，对所有各群的 DMU 进行评价；
- 3) 最后，以群 3 作为参比 DMU 集合，对所有各群的 DMU 进行评价；

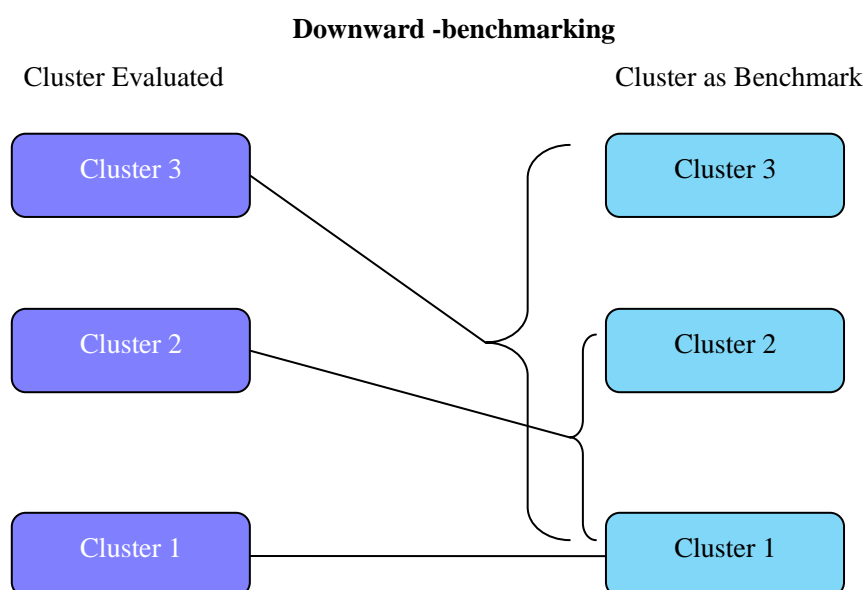


群间向下参比

在群间向下参比模型中，被评价 DMU 的参比 DMU 集合包括本群（其所属群）和编号小于本群编号的其它群。

例如，如果所有的 DMU 被分为三个群，群 1，群 2 和群 3，

- 1) 评价群 1 中的 DMU 时，仅以群 1 作为为参比 DMU 集合；
- 2) 评价群 2 中的 DMU 时，以群 1 和群 2 作为参比 DMU 集合；
- 3) 评价群 3 中的 DMU 时，以群 1、群 2 和群 3(所有 DMU)作为参比 DMU 集合。

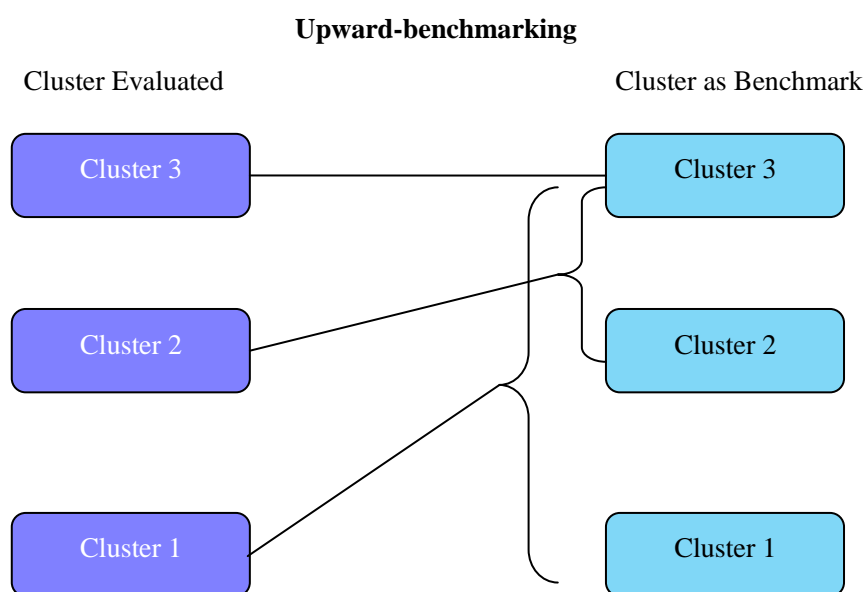


群间向上参比

与群间向下参比模型相反，在群间向上参比模型中，被评价 DMU 的参比 DMU 集合包括本群（其所属群）和编号大于本群编号的其它群。

例如，如果所有的 DMU 被分为三个群，群 1，群 2 和群 3，

- 1) 评价群 1 中的 DMU 时，以群 1、群 2 和群 3(所有 DMU)作为参比 DMU 集合；
- 2) 评价群 2 中的 DMU 时，以群 2 和群 3 作为参比 DMU 集合；
- 3) 评价群 3 中的 DMU 时，仅以群 3 作为参比 DMU 集合。



注意：在“定义数据”时，表示群编号的字段需要设定为“Cluster”

3.3.1.2 分析结果

在 MaxDEA 软件中，用户可以在“Results”选项卡中方便地设置所需要的输出结果。

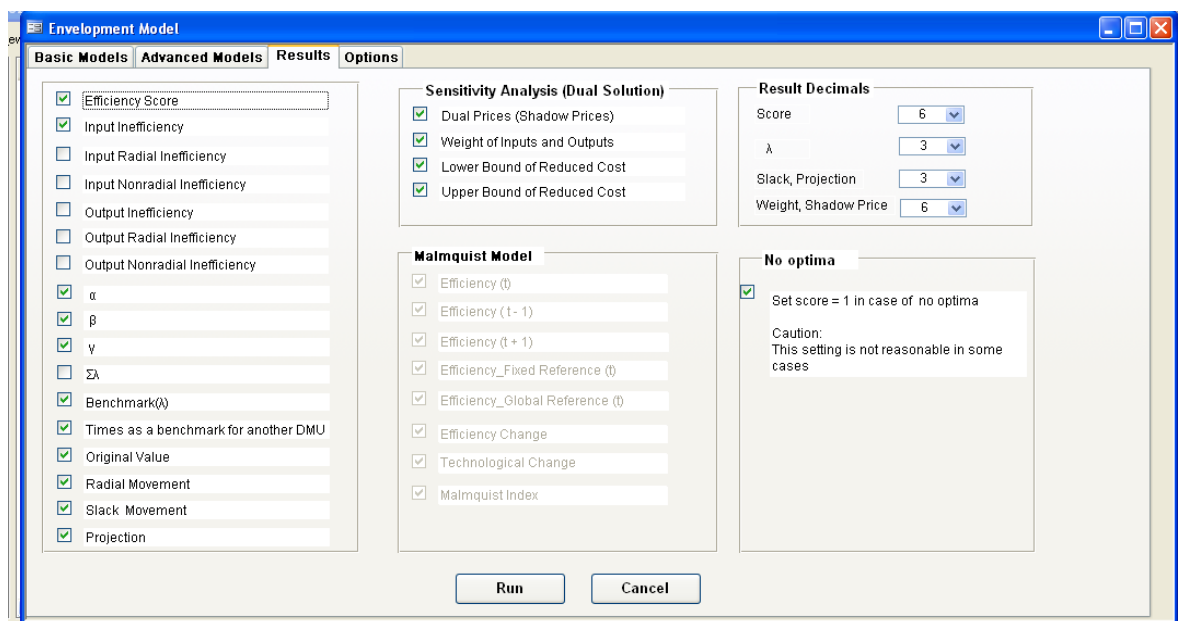


图 3-5 包络模型的分析结果

3.3.1.2.1 一般结果

效率值 (Score)

请注意 MaxDEA 中用 θ 作为投入导向模型的效率值，用 $1/\phi$ (ϕ 的倒数) 作产出导向模型的效率值。

在双向(non-oriented)模型中，效率值 = $\frac{1 - \text{投入无效率值}}{1 + \text{产出无效率值}}$

规模效率值(Scale Efficiency)

规模效率值 = CRS 的效率值 / VRS 的效率值

参见 3.3.1.1.1 规模收益

配置效率值 (Allocative Efficiency)

MaxDEA 软件不直接提供配置效率值，但能够通过如下公式计算：

配置效率值 = 成本效率值(或收益效率值，利润效率值) / 技术效率值

投入无效率值

= 投入径向无效率 + 投入非径向无效率

投入径向无效率值（用于混合距离模型）

$$= \frac{m_1}{m} (1 - \theta)$$

m: 投入指标数量; m_1 : 径向距离投入指标数量

投入非径向无效率值（用于混合距离模型）

$$= \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m_2} S_i^{NR} / x_{io}^N$$

m: 投入指标数量; m_2 : 非径向距离投入指标数量; NR 表示非径向

产出无效率值

=产出径向无效率值+产出非径向无效率值

产出径向无效率值（用于混合距离模型）

$$= \frac{s_1}{s} (\phi - 1)$$

s: 产出指标数量; s_1 : 径向距离产出指标数量

产出非径向无效率值（用于混合距离模型）

$$= \frac{1}{s} \sum_{r=1}^{s_2} S_r^{NR} / y_{ro}^{NR}$$

s: 产出指标数量; s_2 : 非径向距离产出指标数量; NR 表示非径向

参比 DMU 及其系数

包括被评价 DMU 的参比 DMU 及其 λ 系数（括号内为 λ 值）。在此参比 DMU 是指 λ 系数大于 0 的 DMU。

被其他 DMU 参比的次数

这个信息对进一步评价有效的 DMU(效率值=1)有用。如果一个有效 DMU“被其他 DMU 参比的次数”为 0,就意味着它只是默认有效(efficient in default),并没有其他 DMU 把它作为标杆。也就是说,该 DMU 投入和产出状况处于比较特殊的情况,没有其它 DMU 能够与其进行参比。一个有效 DMU 被其他 DMU 参比的次数越多,说明该 DMU

作为标杆的意义越大。

$\Sigma\lambda$

λ 值之和，可用于判断被评价 DMU 所处的规模收益状态。

RTS 估计

参见 3.3.1.1.1 规模收益

原始值

投入（产出）指标的原始值。

径向改进值

仅针对径向和混合距离模型。它是投入（产出）指标的径向改进值，表示各项投入等比例减少或各项产出等比例增加的数值。正数表示变化方向为增加，负数表示变化方向为减少。

松弛变量改进值

其绝对值等于线性规划方程中 s_- (投入松弛变量)或 s_+ (产出松弛变量)。正数表示变化方向为增加，负数表示变化方向为减少。

投影值（目标值）

被评价 DMU 的投入和产出指标在前沿的投影值，也就是目标值。

对径向模型，目标值=原始值+径向改进值+松弛变量改进值

对 SBM 模型，目标值=原始值+松弛变量改进值

α , β 和 γ

DEA 模型规划方程中 α , β 和 γ 变量的求解结果。

对偶价格（影子价格）

见 3.3.1.2.3 的对偶价格和敏感性分析

RHS 下限和 RHS 上限

见 3.3.1.2.3 的对偶价格和敏感性分析

3.3.1.2.2 Malmquist 模型的分析结果

我们用一个简单的例子来解释 Malmquist 模型的分析结果，假设有两期，1 期(开始期)和 2 期(结束期)

请注意成本、收益、利润和收益成本比 Malmquist 模型结果的名称与一般的技术效率 Malmquist 模型是相同的。例如：在成本 Malmquist 模型的分析结果中 Malmquist 指数还叫“Malmquist Index”，但实际上是成本 Malmquist 指数。

Efficiency(t)，当期效率值（用于相邻参比 Malmquist 模型）

Efficiency(t)是以本期作参比得出的效率值，例如，Efficiency(2)是用第 2 期作参比计算第 2 期的效率值。

Efficiency(t-1)，参比上期效率值（用于相邻参比 Malmquist 模型）

Efficiency(t-1)是以前一期作参比得出的效率值。例如，Efficiency(2-1)是以第 1 期作参比得出的第 2 期的效率值。

Efficiency(t+1)，参比下期效率值（用于相邻参比 Malmquist 模型）

Efficiency(t+1)是以下一期作参比得出的效率值。例如，Efficiency(1+1)是以第 2 期作参比得出的第 1 期的效率值。

Efficiency_Fixed (t)，固定参比效率值（用于固定参比 Malmquist 模型）

以固定的一期作参比计算的效率值。例如，如果参比期为 1 期，Efficiency_Fixed (2)就是以第 1 期作参比得出的第 2 期的效率值。

Efficiency_Global (t)，全局参比效率值（用于全局参比 Malmquist 模型）

以所有时期作为一个整体作参比计算的效率值。例如，如果 Efficiency_Global (2)是以 1 期和 2 期两期作参比得出的第 2 期的效率值。

生产率变化（乘除法）

Efficiency Change, 效率值变化

$$\text{效率变化} = \frac{\text{结束期的当期效率值}}{\text{开始期的当期效率值}}$$

例如，从 1 期到 2 期效率值变化是：

$$\text{效率变化(1期到2期)} = \frac{\text{第2期的当期效率值}}{\text{第1期的当期效率值}}$$

Malmquist 指数

1) 相邻参比

相邻参比 Malmquist 指数

$$= \left[\frac{\text{结束期的参比上期效率值}}{\text{开始期的当期效率值}} \times \frac{\text{结束期的当期效率值}}{\text{开始期的参比下期效率值}} \right]^{\frac{1}{2}}$$

相邻参比 Malmquist 指数(1 期到 2 期)

$$= \left[\frac{\text{以1期做参比计算的2期效率值}}{\text{以1期做参比计算的1期效率值}} \times \frac{\text{以2期做参比计算的2期效率值}}{\text{以2期做参比计算的1期效率值}} \right]^{\frac{1}{2}}$$

2) 固定参比

$$\text{固定参比Malmquist指数} = \frac{\text{结束期的固定参比效率值}}{\text{开始期的固定参比效率值}}$$

$$\text{固定参比Malmquist指数(1期到2期)} = \frac{\text{以固定参比计算的2期效率值}}{\text{以固定参比计算的1期效率值}}$$

3) 全局参比：

$$\text{全局参比Malmquist指数} = \frac{\text{结束期的全局参比效率值}}{\text{开始期的全局参比效率值}}$$

$$\text{全局参比Malmquist指数(1期到2期)} = \frac{\text{以全局参比计算的2期效率值}}{\text{以全局参比计算的1期效率值}}$$

Technological Change, 技术变化

$$\text{技术变化} = \frac{\text{Malmquist指数}}{\text{效率值变化}}$$

注意：采用固定或全局参比计算的 Malmquist 指数、效率值变化和技术变化的环比是可累乘的。例如，

$$\text{Fixed MI (1 TO 2)} * \text{Fixed MI (2 TO 3)} = \text{Fixed MI (1 TO 3)}.$$

固定参比 Malmquist 指数(1 期到 2 期)*固定参比 Malmquist 指数(2 期到 3 期)=固定参比 Malmquist 指数(1 期到 3 期)

另外，采用全局参比的 Malmquist 模型不会出现无可行解的出现。

Malmquist 结果之间的关系

- 效率值变化(CRS)*技术变化(CRS)=Malmquist 指数(CRS)
- 效率值变化(VRS)*技术变化(VRS)=Malmquist 指数(VRS)
- Malmquist 指数(CRS)=Malmquist 指数(VRS)* SEMI (M 指数的规模效应)
- Malmquist 指数(CRS)=Malmquist 指数(VRS)* * SEEC (效率值变化的规模效应)

* SETC (技术变化的规模效应)

生产率变化（加减法）

Efficiency Change, 效率值变化（加减法）

效率变化 = 结束期的当期效率值 – 开始期的当期效率值

例如，从 1 期到 2 期效率值变化是：

效率变化(1期到2期)=第2期的当期效率值 – 第1期的当期效率值

Malmquist 指数（加减法）

2) 相邻参比

相邻参比 Malmquist 指数 = $1/2 *$

[(结束期的参比上期效率值 – 开始期的当期效率值) +
(结束期的当期效率值 – 开始期的参比下期效率值)]

相邻参比 Malmquist 指数(1 期到 2 期) = $1/2 *$

$[(\text{以1期做参比计算的2期效率值} - \text{以1期做参比计算的1期效率值}) +$
 $(\text{以2期做参比计算的2期效率值} - \text{以2期做参比计算的1期效率值})]$

2) 固定参比

固定参比Malmquist指数=结束期的固定参比效率值 - 开始期的固定参比效率值

固定参比Malmquist指数(1期到2期)=

以固定参比计算的2期效率值 - 以固定参比计算的1期效率值

3) 全局参比:

全局参比Malmquist指数=结束期的全局参比效率值 - 开始期的全局参比效率值

全局参比Malmquist指数(1期到2期)=

以全局参比计算的2期效率值 - 以全局参比计算的1期效率值

Technological Change, 技术变化 (加减法)

技术变化=Malmquist指数 - 效率值变化

注意: 采用固定或全局参比计算的 Malmquist 指数、效率值变化和技术变化是可累加的。例如,

Fixed MI (1 TO 2) + Fixed MI (2 TO 3) = Fixed MI (1 TO 3).

固定参比 Malmquist 指数(1 期到 2 期) + 固定参比 Malmquist 指数(2 期到 3 期)=固定参比 Malmquist 指数(1 期到 3 期)

另外, 采用全局参比的 Malmquist 模型不会出现无可行解的情况。

Malmquist 结果之间的关系 (加减法)

- 效率值变化(CRS) + 技术变化(CRS)=Malmquist 指数(CRS)
- 效率值变化(VRS) + 技术变化(VRS)=Malmquist 指数(VRS)
- Malmquist 指数(CRS)=Malmquist 指数(VRS) + SEMI (M 指数的规模效应)
- Malmquist 指数(CRS)=Malmquist 指数(VRS) + SEEC (效率值变化的规模效应) + SETC (技术变化的规模效应)

也可参见 3.3.1.1.2 [规模收益](#)

3.3.1.2.3 网络 DEA 与动态 DEA 模型的结果

对于网络 DEA 模型，除了总体结果，还有单独的表汇报各个节点的分析结果。

对于动态 DEA 模型，除了总体结果，还有单独的表汇报每个时期的分析结果。

3.3.1.2.3 对偶价格（影子价格）与敏感性分析

投入(产出)的对偶价格(也被称为影子价格，对偶值)是指如果等式右边(RHS)的投入(产出)发生一个单位的变化，目标函数将发生的变化。注意对偶价格的符号表示目标函数的变化是增加还是减少。

当 RHS 的上下限（Lower Bound 和 Upper Bound）表示 RHS 在这个范围内变化时对偶价格保持不变。如果对偶价格和 RHS 的上限或下限不存在，则用无穷大或无穷小来表示¹。

对偶价格的绝对值对应对偶模型(乘数模型)中投入(产出)的权重值。注意乘数模型经常存在多个最优解，所以从包络模型获得的对偶价格，其绝对值可能不等于从乘数模型获得的权重值。

注意：在 DEA 模型中，对偶价格的敏感性分析不能看作是投入(产出)权重对于投入(产出)数值的敏感性分析。

3.3.1.3 选项

“Options”选项卡中是关于 DEA 模型的一些相关选项，如下图 3-6：

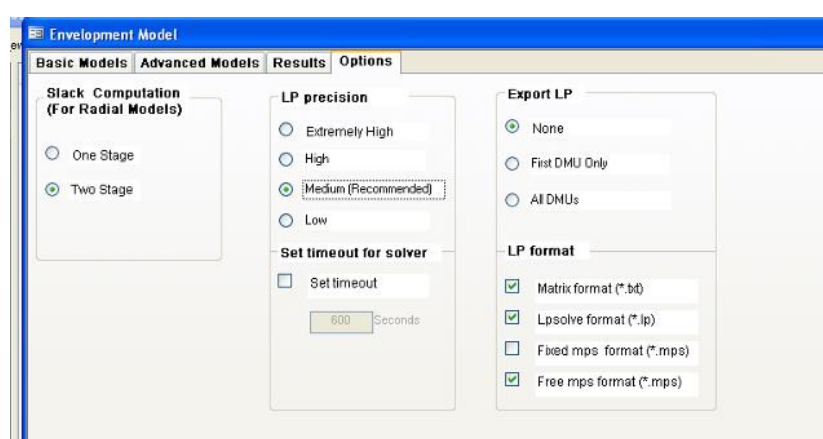


图 3-6 包络模型的选项

¹ 1E+30 表示无穷大，-1E+30 表示无穷小。

线性规划求解的精度

设置线性规划求解过程中的精度要求。一般情况下，不需要改变这个选项，设置为 Medium(中)即可。在得出的效率值为 0，而且所有松弛变量也为 0 的不合理情形下，可以试着改变精度设置，尝试在更高或更低的精度下重新求解模型。

注：一种解决投入（产出）数据中包含 0 的方法是用一个很小的正数替换数据中的 0，如 0.01，如果用太小的正数替换 0，如 0.00000001，同时其他的投入（产出）数据是相对很大的数，例如 1,000,000 或更大，在求解精度设置为“中”的情况下，会导致规划方程求解失败而无法得到结果，结果中出现提示“规划方程计算失败(LP numerical failure)”或“规划方程无解(LP infeasible)”的问题。为避免这种情况出现，你可以 1)用不是太小的数值替换 0，2)将规划求解精度设置为高或极高。

保留小数位数

设置输出结果保留的小数位数。

采用两阶段方法计算松弛变量

在径向模型中，通过设置这个选项卡来决定是否采用两阶段的方法计算计算松弛变量。

以 CCR 模型为例，

采用以下两阶段的方法来求解松弛变量：

两阶段的目标函数为

$$\min \theta - \varepsilon(es^- + es^+),$$

在第一阶段的目标函数为 $\min \theta$,

在第二阶段的目标函数为 $\max es^- + es^+$,

如果不设置“采用两阶段的方法”，则 MaxDEA 只运行第一阶段模型。

无最优解

如果无最优解，可以选择在这种情况下是否将效率值设置为 1。无解的情况常见于超效率、Malmquist、自定义参比（包括可变参比和固定参比）等模型中。

注：无最优解的原因包括：无解，无边界，退化或计算失败。

输出线性规划方程

输出的线性规划方程包括三种格式：矩阵格式(*.txt)，mps 格式(*.mps)和 lp 格式(*.lp)。这些规划方程有助于用户使用一般规划软件（例如 Lingo）来编写自定义的 DEA 模型。

可以只输出第一个 DMU 的规划方程，也可以输出所有 DMU 的规划方程，也可以关闭输出规划方程的功能（不输出规划方程）。除了 DEA 模型的线性规划方程，在输出的矩阵格式的文件中还包括了目标函数值和所有变量的求解结果。（详见 MaxDEA Linear Programming Manual）

设置求解时间限制

设置线性规划方程求解最长时间。当求解时间超过了设置的时间限制还没有获得最优解时，求解会自动终止。

3.3.2 乘数模型

3.3.2.1 模型选项

3.3.2.1.1 基础选项

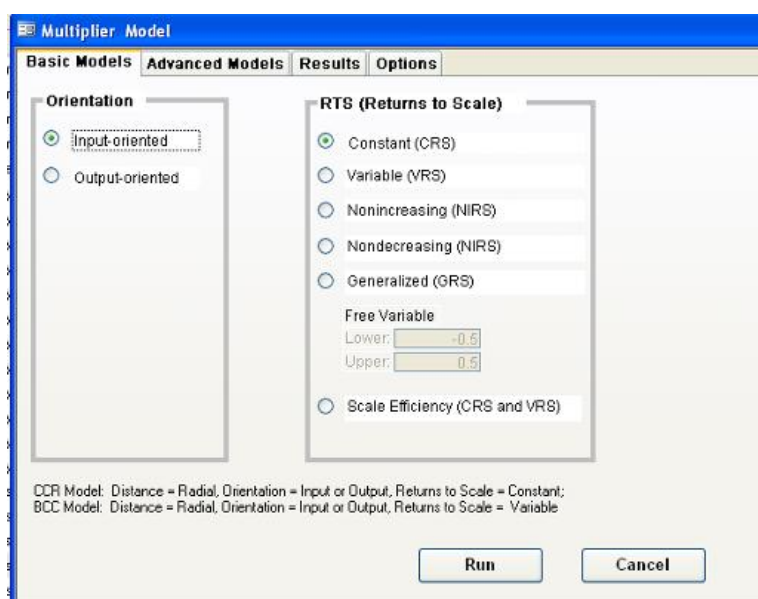


图 3-7(A) 乘数模型的基础选项

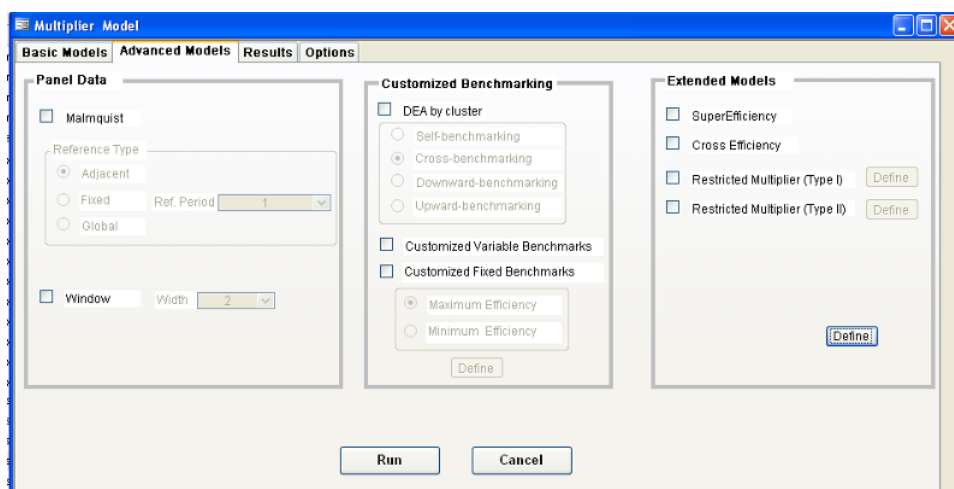


图 3-7(B) 乘数模型的扩展选项

乘数模型的选项也包括基本选项(导向和即规模收益)和扩展选项两部分，但比包络模型要简单。

乘数模型有两种导向可选：投入导向和产出导向。规模收益与包络模型相似，只是 GRS 的自定义选项有所不同。

3.3.2.1.2 扩展选项

交叉效率（Cross Efficiency）

在交叉效率模型中，除了计算各 DMU 的常规效率值外，还计算其平均交叉效率值。如果 DMU 数量不超过 252 个，在结果中还会出现交叉效率的矩阵表。

注：乘数模型经常出现存在多个最优解的情况，从而使交叉效率值不唯一，采用“两阶段”方法能有效解决这一问题。(参见 3.3.2.3)

保证区间模型（Assurance Region）

见“权重约束模型”

权衡各项投入产出的相对重要程度（体现决策者的偏好）

见“权重约束模型”

参考文献如下：

Podinovski VV. Production trade-offs and weight restrictions in data envelopment analysis. J Oper Res Soc. 2004; 55(12): 1311-22

权重约束模型 (Restricted Multiplier)

在 MaxDEA 软件中有两种权重约束模型，I 型和 II 型。权重约束模型是对各项投入（产出）的权重之比进行约束。在一些文献中也称为保证区间模型(Assurance Region model)。

I 型的权重约束模型是对各项投入（产出）权重的比进行约束，如下：

$$L_1 \leq \frac{\mu_2}{\mu_1} \leq U_1$$

$$L_2 \leq \frac{\mu_3}{\mu_1} \leq U_2$$

而 II 型权重约束模型是对各项虚拟投入（产出）占有所有虚拟投入（产出）之和的比例进行约束，例如，假设有两个投入和产出，可以对其虚拟值的比例作如下约束：

$$0.1 \leq \frac{v_1 x_1}{v_1 x_1 + v_2 x_2} \leq 0.3,$$

$$0.1 \leq \frac{\mu_1 y_1}{\mu_1 y_1 + \mu_2 y_2} \leq 0.3,$$

$$0.5 \leq \frac{\mu_2 y_2}{\mu_1 y_1 + \mu_2 y_2} \leq 0.8.$$

请注意：在 II 型权重约束模型中，(1)各权重约束的下限之和必须小于等于 1，(2) 如果所有投入（产出）的权重都进行了约束，则投入（产出）的各项权重约束的上限之和必须大于或等于 1，在上面的例子中对 2 项产出的权重都进行了约束。

运行权重约束模型，需要点击右侧的“定义”按钮设置约束条件。

如果你想去除一个约束条件，(1)单击左侧的箭头，(2)使用键盘的“删除”键或用工具栏中“删除记录”按钮来删除该项约束。也可以不进行删除，而是通过“Active”复选框来决定一项约束是否生效（图 3-7-C）。

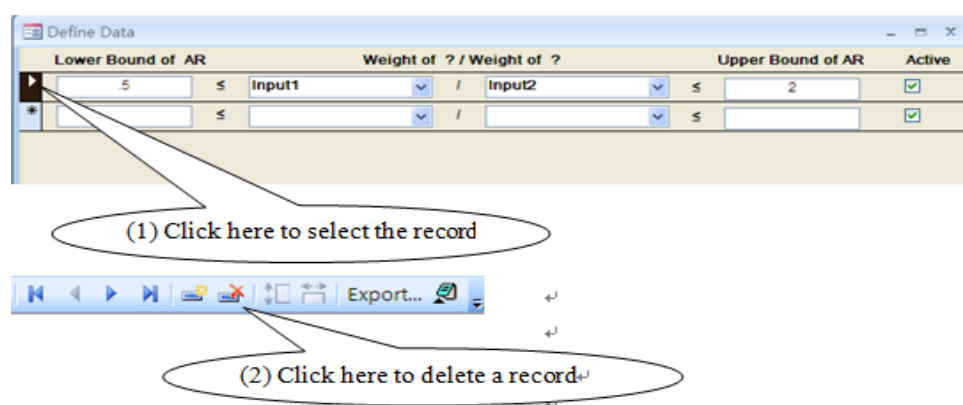


图 3-7-C 权重约束模型的约束项

可变参比模型

见“自定义参比模型”

固定参比模型

见“自定义参比模型”

效率值最小化

见“自定义参比模型”

自定义参比模型

在自定义参比模型中，可以自由设定被评价 DMU 的参比 DMU 集合。以投入导向的 CCR 模型为例，

$$\max \theta = \mu' y_0$$

$$st \quad v' x_0 = 1$$

$$\mu' Y^r - v' X^r \leq 0$$

$$\mu, v \geq 0 \text{ (or } \mu, v \geq \varepsilon)$$

红色上标表示被评价 DMU 的参比 DMU。

上面这个模型也被称为可变参比模型(Zhu J, 2009), 在实际求解结果中, 参比 DMU 集合中的每个 DMU 都可以是参比 DMU (系数 $\lambda > 0$), 也可以不是参比 DMU (系数 $\lambda = 0$)。

固定参比模型是把一个或几个 DMU 设置为被评价 DMU 的固定参比对象(Zhu J,

2009), 也以投入导向的 CCR 模型为例:

$$\max \theta = \mu' y_0$$

$$st \quad v' x_0 = 1$$

$$\mu' Y^f - v' X^f = 0$$

$$\mu' Y^n - v' X^n \leq 0$$

$$\mu, v \geq 0 \text{ (or } \mu, v \geq \varepsilon)$$

f 表示固定参比 DMU, n 表示非固定(可变)参比 DMU。

如果将固定参比模型的目标函数由

$$\max \theta = \mu' y_0,$$

改为

$$\min \theta = \mu' y_0,$$

效率最大化的固定参比模型就变成了效率最小化的固定参比模型 (Zhu J, 2009), 在产出导向模型中也可以做类似转换。

可变参比的选项可以应用于包络模型和乘数模型的所有组合, 固定参比的选项可以应用于乘数模型的所有组合。

使用可变自定义参比 DMU 模型, 打开菜单“运行乘数模型”, 选中“自定义参比模型”

运行固定参比模型, 首先选择“固定参比”选项, 并确定是效率值最大化还是最小化, 然后点击“定义”按钮进行相关设置, 在这里也可以同时设置固定和非固定参比 DMU。

注意: 如果固定参比 DMU 设置不当, 会出现模型无解的情况。

3.3.2.2 分析结果

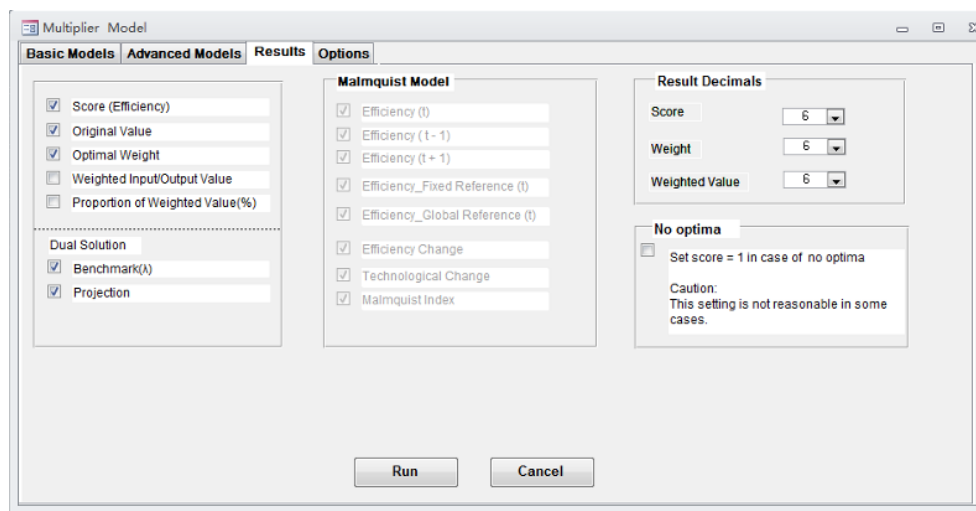


图 3-8 乘数模型的分析结果

乘数模型的分析结果比包络模型简单，因此这里不再详细解释。

系数的下限和上限

参见目标函数的敏感性分析

目标函数的敏感性分析

目标函数的敏感性分析提供的是在不引起决策变量（即投入产出的权重）最优解变化的条件下，目标函数中各变量系数的变化范围。

注意：在 DEA 模型中，目标函数的敏感性分析不能看作是投入(产出)权重对于投入(产出)数值的敏感性分析。

对偶解

参比 DMU 及其系数 (λ) 和投影值(目标值)

3.3.2.3 其他选项

这部分与包络模型的选项相似。所不同的是“权重计算方法”代替了“松弛变量计算方法”，另外还增加了 ε .选项。

采用两阶段方法计算权重

在两阶段方法中，在第二阶段将采用使其它 DMU 的效率值最大化或最小化的方法来重新计算投入（产出）的权重。两阶段方法在计算交叉效率时尤其有用，因为在乘数模型中经常出现存在多个最优解的情况。

ε 值

ε 被默认设置为 0，注意如果 ε 设置不当，会造成无解的情况。

设置求解时间限制

设置线性规划方程求解最长时间。当求解时间超过了设置的时间限制还没有获得最优解时，求解会自动终止。

3.4 导出分析结果

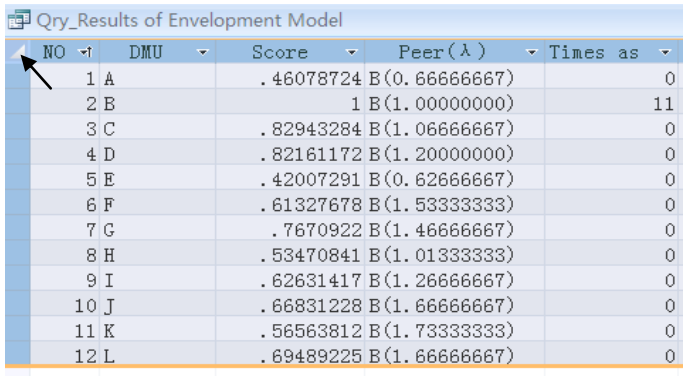
菜单：结果-查看结果/导出结果至 Excel

导出结果至 Excel

在模型运算完毕后，分析结果将自动显示，可以随时查看结果或者将结果导出至 Excel。

将所有分析结果复制到剪贴板中

点击分析结果窗口的左上角，或者使用组合键“Ctrl + A” 可选取所有运算结果，同时使用组合键“Ctrl + C”和“Ctrl + V”对运算结果进行复制与粘贴，当然也可以使用软件工具栏中对应功能的按钮。



NO	DMU	Score	Peer(λ)	Times as
1	A	.46078724	B(0.66666667)	0
2	B		1 B(1.00000000)	11
3	C	.82943284	B(1.06666667)	0
4	D	.82161172	B(1.20000000)	0
5	E	.42007291	B(0.62666667)	0
6	F	.61327678	B(1.53333333)	0
7	G	.7670922	B(1.46666667)	0
8	H	.53470841	B(1.01333333)	0
9	I	.62631417	B(1.26666667)	0
10	J	.66831228	B(1.66666667)	0
11	K	.56563812	B(1.73333333)	0
12	L	.69489225	B(1.66666667)	0

图 3-9 复制所有的运算结果到剪贴板中

复制部分分析结果到剪贴板中

选择一列数据：点击列的标题，该列将被选取。

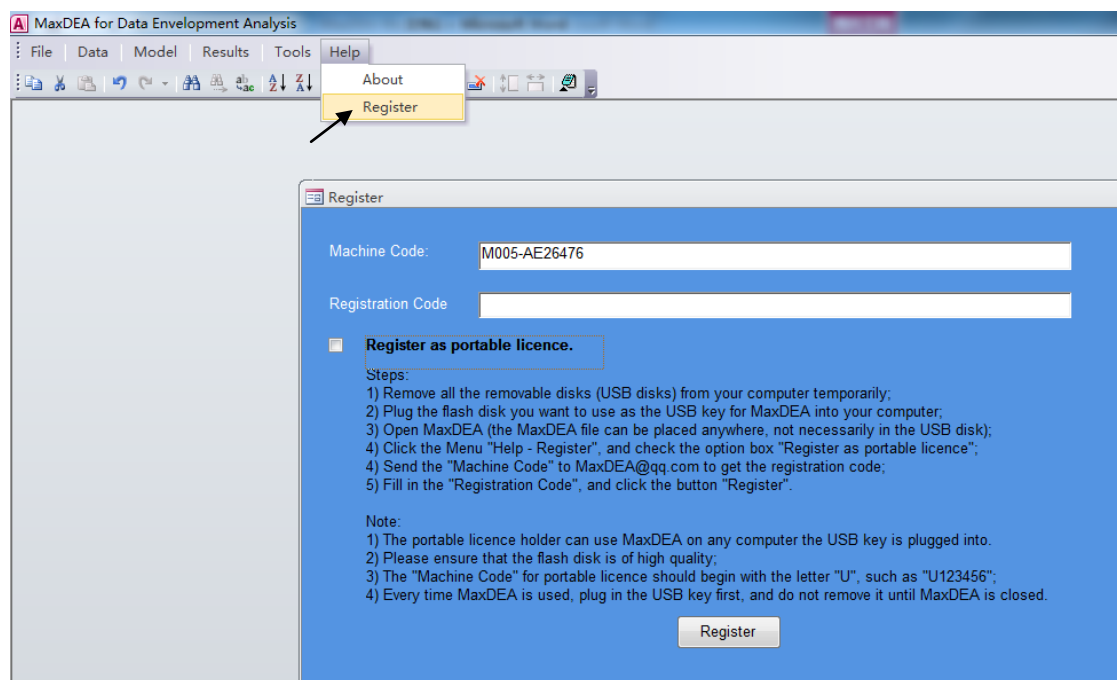
自定义区域数据的选取：点击要选择区域的左上角，按住“Shift”然后点击要选择区域的右下角，该区域被选定。

Qry_Results of Envelopment Model						
NO	DMU	Score	Peer(λ)	Times as	Original	
1	A	.46078724	B(0.66666667)	0	20	
2	B	.82943284	1 B(1.00000000)	11	19	
3	C	.82161172	B(1.06666667)	0	25	
4	D	.82161172	B(1.20000000)	0	27	
5	E	.42007291	B(0.62666667)	0	22	
6	F	.61327678	B(1.53333333)	0	55	
7	G	.7670922	B(1.46666667)	0	33	

表 3-10 将部分分析结果复制到剪贴板中

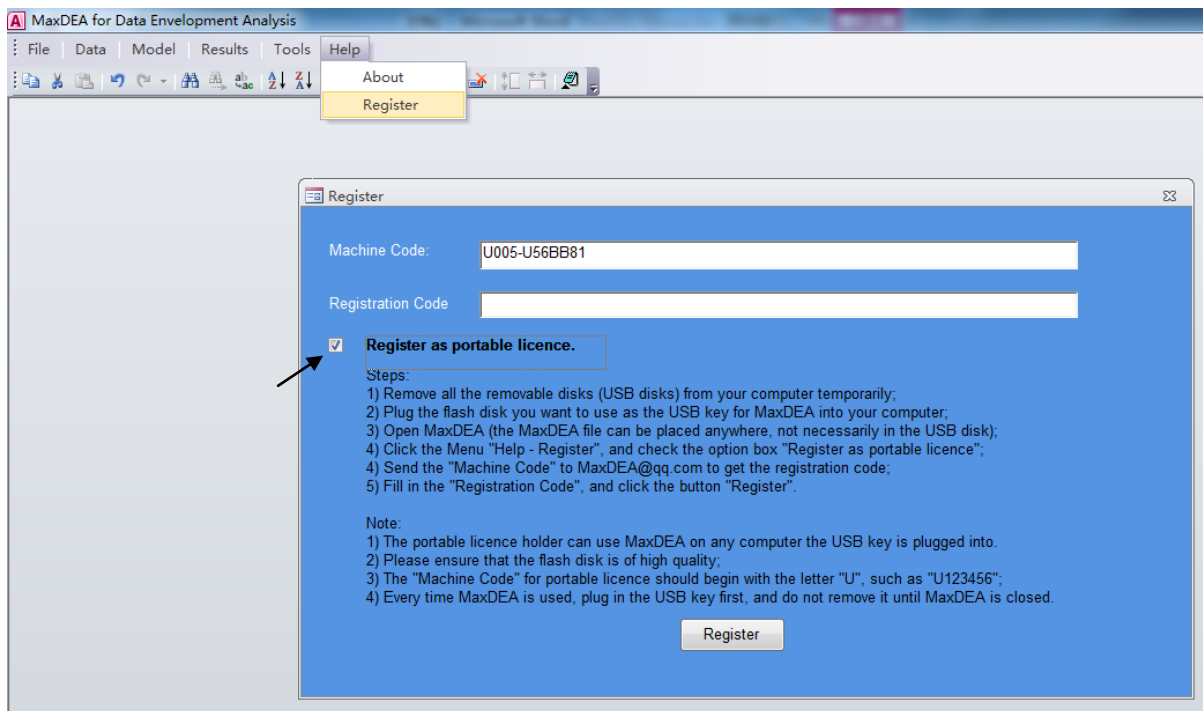
第四章 软件注册

MaxDEA Basic 可以在 <http://www.MaxDEA.cn> 网站免费下载。基础版可以分析超过 200 个 DEA 基础模型的组合，并且 DMU 数量没有限制。MaxDEA Basic 在完成注册后自动升级为 MaxDEA Pro。



注册步骤(单机注册)

- 1) 从 www.maxdea.cn 网站上下载 MaxDEA Basic;
- 2) 运行 MaxDEA Basic，点击菜单 “帮助”-“注册”，然后复制“机器码（Machine Code）”；
- 3) 登录注册网站购买 MaxDEA Pro，注意将“Machine code”填写在购买过程中显示的“机器码”一栏内（需要发票在此过程中注明）；
- 4) 软件注册码将在 5 天内（一般 1 天内）发送至指定的电子邮件；
- 5) 将得到的“注册码（Registration Code）”填入注册页面，点击“注册”按钮完成注册。



注册步骤(U 盘注册)

U 盘注册过程与单机注册过程相似，区别在于在获取注册码和注册时要先插入用做密钥的 U 盘，并注意在“U 盘注册（Register as portable licence）”选项上打勾。

注意：

- 1) 注册 U 盘后，可以在任何一台电脑上使用 MaxDEA 软件。
- 2) 作为密钥的 U 盘由用户自备，请务必确保 U 盘的质量。注意 U 盘注册时“机器码（Machine Code）”是以“U”字母开头的，例如“UA50-123456”。
- 3) 在每次使用 MaxDEA 之前，请先插入注册的 U 盘，在使用完毕前不要拔出 U 盘。
- 4) 注册不会对 U 盘的使用造成任何影响（不影响 U 盘上原有数据）。

MaxDEAPro 永久免费更新。例如，MaxDEA Pro 5.0 可以免费升级到 6.0 和更高版本。

MaxDEA 软件的升级非常简单，从 www.MaxDEA.cn 网站下载新的 MaxDEA Basic，然后使用原来的注册码进行注册即可。

有任何问题，请与 MaxDEA@qq.com 联系。软件主页：<http://www.MaxDEA.cn>

第五章 常见问题

1. 为什么在下载压缩包中没有找到“安装（setup）”文件？

MaxDEA 软件无需安装，只需要打开以 mdb 为后缀的文件即可运行 MaxDEA（例如 MaxDEA 4.mdb）。MaxDEA.mdb 是程序运行所需的唯一文件，软件程序和 DEA 模型的所有相关数据均被整合在这个文件中，并且是永久保存，关闭和重新打开文件都不会使之发生变化，也就是说只要备份 MaxDEA.mdb 文件就等于备份了程序和建立的 DEA 模型。可以随意重新命名或复制这个文件，并可以同时打开和运行多个这样的文件，例如 MaxDEA-CCR.mdb，MaxDEA-BCC.mdb，每个文件代表一个 DEA 模型。

2. 为什么无法打开 MaxDEA 的运行文件（以 mdb 为后缀的文件）？

MaxDEA 是采用 Access VBA 开发，运行 MaxDEA 需要计算机上安装 Microsoft Access。如果文件 MaxDEA.mdb 无法打开，说明电脑中没有安装 Microsoft Office Access，需要先安装 Access 2003，2007，or 2010 (专业版或运行时版本均可)。

Access 2010 运行时版本（Runtime）可以在微软官网免费下载：

<http://www.microsoft.com/downloads/details.aspx?FamilyID=57A350CD-5250-4DF6-BFD1-6CED700A6715&displaylang=fr&displaylang=en>

Access 2007 运行时版本可以在微软官网免费下载：

<http://www.microsoft.com/downloads/details.aspx?familyid=D9AE78D9-9DC6-4B38-9FA6-2C745A175AED&displaylang=en>

3. MaxDEA 软件在注册之后是否可以在多台电脑上运行？

MaxDEA 软件有两种注册方式：

一是单机注册，MaxDEA 只能在注册的电脑上运行。注册许可不会因为重装系统、格式化硬盘甚至更换新硬盘受到影响。

二是 U 盘注册，使用一个 U 盘作为 MaxDEA 的密匙盘，将注册后的 U 盘插入任何一台电脑均可运行 MaxDEA 软件。注意，U 盘由用户自备。

4. 在重装 Windows 系统后，注册码是否仍然有效？

注册许可不会因为重装系统、格式化硬盘甚至更换新硬盘受到影响。

5. 如果注册 MaxDEA 的电脑报废了，是否可以为另外一台电脑获得一个新的注册码？

采用单机版注册的用户，一旦注册的电脑报废了（注册不会因为重装系统、格式化硬盘甚至更换新硬盘而失效），可以为新电脑免费申请一个注册码（限一次）。

6. 如果 MaxDEA 密匙 U 盘损坏了，是否可以为新的密匙 U 盘重新申请一个新的注册码？

如果注册的 U 盘损坏，可以免费获得新 U 盘的注册码（限一次）。

7. 如何升级 MaxDEA 软件？升级是否免费？

MaxDEAPro 永久免费更新。例如，MaxDEA Pro 5.0 可以免费升级到 6.0 和更高版本。

MaxDEA 软件的升级非常简单，从 www.MaxDEA.cn 网站下载新的 MaxDEA Basic，然后使用原来的注册码进行注册即可。

8. 在注册 MaxDEA 软件之后，是否可以得到技术上的支持？

MaxDEA 软件的技术支持是通过邮件的方式来实现的，是完全免费的。一旦有关于 MaxDEA 软件的任何问题，请发送邮件至 MaxDEA@qq.com。

9. 如何通过 MaxDEA 软件备份自己的 DEA 模型？

MaxDEA.mdb 是程序运行所需的唯一文件，软件程序和 DEA 模型的所有相关数据均被整合在这个文件中，并且是永久保存，关闭和重新打开文件都不会使之发生变化，也就是说只要备份 MaxDEA.mdb 文件就等于备份了程序和建立的 DEA 模型。可以随意重新命名或复制这个文件，并可以同时打开和运行多个这样的文件，例如 MaxDEA-CCR.mdb，MaxDEA-BCC.mdb，每个文件代表一个 DEA 模型。。

10. 为什么当重新打开 MaxDEA 软件的时候，数据和模型选项会丢失？

如果是在 MaxDEA 软件压缩包里直接打开 MaxDEA，数据将在软件关闭后丢失，因此强烈建议先将 MaxDEA.zip 进行解压缩后再运行软件。

11. MaxDEA 软件是否可以同时运行多个模型？如果可以，如何实现？

MaxDEA.mdb 是程序运行所需的唯一文件，软件程序和 DEA 模型的所有相关数据均被整合在这个文件中，并且是永久保存，关闭和重新打开文件都不会使之发生变化，也就是说只要备份 MaxDEA.mdb 文件就等于备份了程序和建立的 DEA 模型。可以随意重新命名或复制这个文件，并可以同时打开和运行多个这样的文件，例如 MaxDEA-CCR.mdb，MaxDEA-BCC.mdb，每个文件代表一个 DEA 模型。

12. 如何在 MaxDEA 软件处理模型投入产出指标中为 0 的数值？

根据已有的文献，处理数据数值为 0 的方法有很多种。最简便的方法是用一个例如 0.01 这样较小的正数来替代 0。需要注意的是，过小的正数容易造成线性规划求解过程的计算问题。假设一个 DMU 中的一项投入（input）数值为 100000000，而另一个 DMU

的对应投入（input）数值为 0，如果用 0.0000001 来代替这个 0 的话，将导致线性规划计算失败的错误。

13. MaxDEA 软件可以处理的 DMU 数量的上限是多少？

理论上 MaxDEA 软件可以处理的 DMU 数量是不受限制的，我们已经试验过一个具有 20000 个 DMU 的数据。请注意，随着 DMU 数量的增加，计算消耗的时间也显著增长。

14. 为什么 MaxDEA 出现“投入（input）的数据必须为数值型（Inputs must be numeric）”对话框，然后终止运行？

请先检查一下所用数据，有可能在数据中存在空格，从而被认为是字符型数据，这种情况经常出现在从 pdf 文件中拷贝的数据中。

15. 为什么当从 Excel 导入数据时，MaxDEA 出现“在所有记录中未发现搜索关键字（The search key was not found in any record）”的对话框，然后终止运行？

在 Excel 表格的第一列表示的是该列的名称，不允许在名称的左侧包含空格。例如，列的名称中出现“ Input1”将会产生错误，但是如果空格是在中间或者是右边（“Input1 ”或是“Input 1”）是可以的，但也应尽量避免这种情况。

从数据中删除这些空格，或是在 Excel 数据中进行相应处理后再导入 MaxDEA 软件。同样的问题也会出现在列的名称重复的时候，因此要确保每一列名称的唯一性。

16. 数据中有 20 个投入产出项，为什么在“定义数据”选项（Define Data）中只显示前 9 个？

对于任何表格，如果数据显示的不完整，请滚动鼠标或者是点击右侧的滚动条来显示其他的数据。

第六章：参考文献

MaxDEA is developed on the basis of the following (but not confined to the following) books on Data Envelopment Analysis.

Cooper W W, Seiford L M and Zhu J. Handbook on Data Envelopment Analysis, Springer (Kluwer Academic Publishers), Boston, 2004

Cooper W W, Seiford L M, Tone K. Data Envelopment Analysis: A Comprehensive Text with Models, Applications, References and DEA-Solver Software. New York: Springer Science+Business Media, LLC, 2007

Zhu J. Quantitative Models for Performance Evaluation and Benchmarking: DEA with Spreadsheets, 2nd Edition, Springer, Boston, 2009